

طرائف مع الأعداد

عطية عمر عطية

طـــــرائف مـع الأعـــداد

xxxxxxxxxxxxxx

المهندس

عطيـه عمـر عطيـة

أخى القــــارئ

تنطلق عجلة الدفع الثورى فى جديـة لبنـاء وطننا العزيز وتدعـيم الحيـاة الاشتراكية القويمـــة لرخـاء الانســان علـــى أسس ثابتـــــة قويـــة ومبادئ أساسيـة صحيحـــة مبنيـــة على الحريـة والمســاواة والعمـــل لرفـــع مستـــوى الفـــرد والأمـــة .

فـــى هـــذا الجـــو الذى يتكاتـــف فيـه جميـــع أفـــراد الأمـــــة الصالحـين للزحـــف قدمـــا نحـــو حيـاة رغـدة سعيـــدة مستلهمين خطواتهـــم من قائدهـــم المحبوب جمال عبد النـاصـر .

أقدم لك يأخـى المواطـــن هـــذا الكتاب ترفيهـــا لك فــــــى فترات استرخائـك ولحظـــات راحتـك القليلة التى تتســـرب رويـــدا بـين عملك المتواصـــل ونضالك المستمـر .

يحتوى هـــذا الكتاب علـى بعض الطرائـــف والعجـائب المحببـة الـــى النفس التى تنظمهـــا الأعـــداد ضمن ما تحتويـــه مــــــن فلسفـات ونظريـــات والـتى لا يمكـن احصاؤهـــا لمــــا لهــــا مـــن نطـــاق واســـع ومجـال لا نهائـــى مادامت الاعـــــداد فى طريـــق التقـــدم العلمـــى وفـــى خدمة العالـم الـــــى الأبـــــد .

عطيـه عمـر عليـه

مقدمة

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

اراد تابع احد الاشراف ان يصطاد غرابا بنى عشه فى برج ساعة القصر وقد حاول مرارا ان يفاجئ الغراب ولكن دون جدوى ، فعندما يقترب الرجل من البرج يترك الغراب عشه الى شجرة بعيدة حيث ينتظر ويراقب خروج الرجل من البرج ليعود ثانية الى عشه وذات يوم لجأ الرجل الى خدعة هى :-

ان أدخل من البرج رجلين وبقى احدهما داخله ليصطاد الغراب وخرج الاخر وذهب بعيدا عن البرج ، ولكن الغراب لم يخدع بهذه الحيلة ، فظل بعيدا الى أن خرج الرجل الذى كان داخل البرج ، وتكررت هذه التجربة فى الايام التالية باستخدام رجلين ثم ثلاثة ثم اربعة ولكن دون نجاح ، واخيرا ارسل خمسة رجال بنفس الطريقة السابقة ، فدخل جميعهم البرج وبقى احدهم فيه بينما خرج الاربعة الاخرون ، وهنا فقد الطائر احساسه بالعد ولم يستطع ان يميز بين اربعة وخمسة فعاد مباشرة الى عشه .(1)

وهذا ما يعرف بالاحساس العددى الذى يمكن من ادراك ما يحدث فى مجموعة صغيرة دون الاعتماد على المعلومات المباشرة وملكة الاحساس العددى تكاد تكون قاصرة على بعض الحشرات والطيور وكذلك الانسان وهو محدود جدا عند الانسان لانه احيانا يلجأ بطريقة شعورية أو لا شعورية الى تصرفات معينة عقلية او الى العد .

فقد كشفت بعض الدراسات التى اجريت على البدائيين انهم محرومون من الادراك العددى كما هو الحال بين قبائل استراليا وجزر البحر الجنوبى وامريكا الجنوبية وافريقيا ، فقد جاء فى دراسة "كر" "Curr" على البدائيين الاستراليين انه لا يوجد بدائى واحد يستطيع ان يدرك سبعة وليست لدى اقزام جنوب افريقيا كلمات تدل على الاعداد اكثر من واحد واثنين ثم كثير .

وتوصل الانسان الى مفهوم العدد بصورة منطقية ، فعندما ندخل صالة للعرض نجد امامنا مجموعتين هما مقاعد الصالة والمتفرجين ونستطيع ان نتأكد بدون

---

(1) - [illegible]

عد اذا ما كانت المجموعتان متساويتين أم لا فاذا شغلنا جميع المقاعد ولم يعد هناك احد بدون مقعد فاننا نعرف بدون عد ان المجموعتين متساويتان • اما اذا بقى بعض المتفرجين واقفين فاننا نعرف بدون عد ايضا ان الناس اكثر من المقاعد وتسمى هذه العملية " الشئ ونظيره " او طريقة المزاوجة •

وتطور الانسان الى المجموعات النموذجية فجناحا الطير ترمز الى العدد اثنون واوراق نبات البرسيم تمثل ثلاثة وارجل الحيوان تمثل اربعة واصابع يد الانسان تمثل خمسة •

ويرجع الفضل فى نجاح الانسان فى الحساب الى وجود اصابعه العشرة فهى التى علمته ان يعد ولولاها لكانت معلوماتنا فى الاعداد ضئيلة •

وقد ظهرت براعات مختلفة فى ايجاد قواعد لجمع وضرب الاعداد باستخدام الاصابع والى اليوم يستخدم الفلاح فى فرنسا الوسطى[1] هذه الطريقة فى ضرب الاعداد التى تزيد على خمسة • فاذا أراد ان يضرب ٩ × ٨ مثلا فانه يثنى ٤ اصابع من يده اليسرى (٤ تدل على زيادة ٩ على ٥) و٣ اصابع من يده اليمنى (٨ ــ ٥ = ٣) ويكون عدد الاصابع المثنية دالا على العشرات فى الناتج (٤ + ٣ = ٧) بينما حاصل ضرب الاصابع غير المثنية دالا على الوحدات (١ × ٢ = ٢) •

وقد تركت اصابع اليد العشرة آثارا دائمة فى كل مكان فهى التى أثرت على اختيار أساس نظامنا العددى وأساس الترقيم العشرى •

ويوجد عند قبائل استراليا وافريقيا النظام العددى الثنائى أى ان اساسه

(١) [illegible]

٢ فلديهم اعداد مستقلة للواحد وللاثنين ويكونون منها اعداد الى ستة وما زاد عن ذلك يطلقون عليه " كومة " والاساس العددى الثنائى لايحتاج لاكثر من رمزين هما (٠ ، ١) .

ويمكن التعبير بهما عن جميع الاعداد كما فى المثال التالى :

النظام العشرى	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
النظام الثنائى	١	١٠	١١	١٠٠	١٠١	١١٠	١١١	١٠٠٠
النظام العشرى	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦
النظام الثنائى	١٠٠١	١٠١٠	١٠١١	١١٠٠	١١٠١	١١١٠	١١١١	١٠٠٠٠

ومن مميزات النظام الثنائى الاقتصاد فى الرموز والسهولة المتناهية فى اجراء العمليات ولا يعيبها الا ما تفتقده من الاختصار فى التعبير فمثلا :

العدد ٤٠٩٦ = $٢^{١٢}$ يعبر عنه فى النظام الثنائى بالعدد

١٠٠٠٫٠٠٠٫٠٠٠٫٠٠٠

وقد كان الحساب منذ فجر التاريخ موضعا لمثابرة الكهنة واجتهادهم فى دراسته والفرد العادى ينظر الى القدرة الرياضية على أنها السرعة فى تناول الاعداد .

وهناك قصة تاجر المانى حدثت فى القرن الخامس عشر أراد هذا التاجر

ان يوصي ابنه تربية تجارية تقدمية فسأل استاذا جامعيا مشهورا ان يشير عليه الى اين يرسل ابنه ؟ فأجابه بأنه اذا أراد ان يعلم الصغير الجمع والطرح فعليه ان يرسله الى الجامعة الالمانية حيث يحصل على ذلك ولكن اذا أراده ان يتعلم فن الضرب والقسمة فعليه بالجامعة فى ايطاليا وكان من رأى الاستاذ ان هذا الفن تطور بدرجة كبيرة فى ايطاليا وأنها الدولة الوحيدة التى تعطى مثل هذه الدراسة التقدمية .

فالحساب قد انتشر انتشارا عظيما لبساطة قواعده التى جعلته سهل المنال ويعتبر أساس جميع الفروع الرياضية سواء أكانت بحتة ام تطبيقية وهو اكثر العلوم نفعا .

****

الاعـــــداد :

" واستمر المطـر اربعين يوما واربعين ليلة مما ادى الى حدوث الطوفان "
" تشاور موسى مع يهوا على جبل سيناء اربعين يوما واربعين ليلـــــة "

" ظل بنو اسرائيل اربعـين عاما مشردين فـــى الصحـــــراء "

هكذا ظهرت الاعداد فى العبارات الدينيـة وكانت العبرانيون يتشاءمون مـــن ستـة وسبعـة وأربعين .

وفضل البابليون والفرس العدد ٦٠ ومضاعفاته وقـد حددوا لكل الهـــــن الهتهم عددا من الاعداد الى ٦٠ والعدد هنا يدل على رتبـه الالـه فى مملكـة السماء . وقـد عبدوا الاعداد كما عبدها انصار فيثاغورس . الذين نظروا الى الاعـداد الزوجيـة على انها قابلة للذوبان فهى فانيـة ومؤنثة وخاصة بالناحيـة الدنيويـة بينمـا الاعداد الفرديـة غير قابلـة للذوبان وخاصـة بالناحيـة السماويـة .

فالواحد يمثـل العقل لانه لم يقبل التغيير واثنان تمثل الرأى وأربعة تمثل العدل لانها اول مربع كامل أى حاصل ضرب عددين متساوين وخمسة تمثل الزواج لانها اتحـاد اول عدد مؤنث باول عدد مذكر .

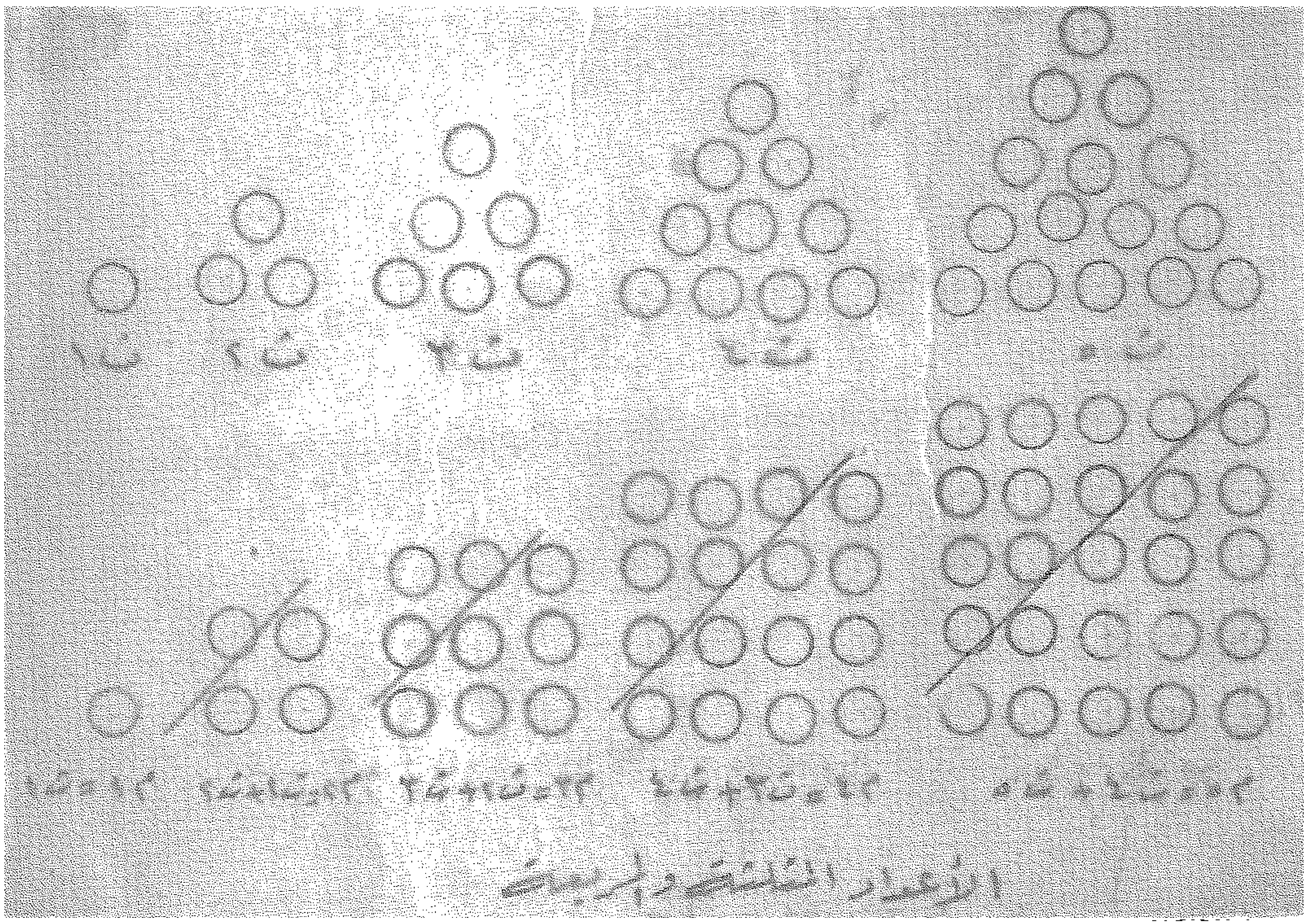
-(الواحد لم يعتبر عددا فرديا ولكنه اعتبر اصل جميع الاعداد)

وفى الاساطير الصينية نجد ان الاعداد الفردية ترمز الى اللون الابيض والنهـــار والحرارة والشمس والنار والاعداد الزوجيـة ترمز الى اللون الاسود والليل والبرودة والمنارة والماء والارض .

وكان الفيثاغوريون فى صلواتهم يرتلون " باركنا أيها العدد السماوى الـــذى خلق الالهة والناس . ايها الرباعى المقدس الذى يشمل هذا الخلق المتدفق الى الابد " .

وهذا الرباعى هو : النار والماء[1] والهواء والتراب والمشتقات العشرة المقدسة الناتجة من اتحاد الاعداد الاربعة الاولى ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤

وعرف الفيثاغوريون ان العدد المربع لاى رتبة يساوى العدد المثلث لنفس الرتبه مضافا اليه العدد المثلث السابق له :



ولعل فيثاغورث[2] شأنه فى ذلك شأن كثير من الشخصيات العظيمة فى التاريخ لم يوجد قط — فهو شخصية شبه اسطورية جمعت بين الرياضة والكهانة بنسب غير يقينية ويفرض وجوده ، وانه اكتشف النظرية المنسوبة اليه وانشأ طائفة دينية كانت تعتقد ان من الشر أكل (الفول) — كما أنشأ مدرسة للرياضة اهتمت بالمثلثات قائمة الزاوية .

وقد افتتن الفيثاغوريون بالاعداد افتتانا عظيما[3] ، حتى أنهم اعتقدوا أن الاساس الذى تبنى عليه الفلسفة الحقيقية لا يكون الا عن طريق الاعداد . وقد نشأ هذا الاعتقاد

من ملاحظته جملة علاقات عددية تربط الاعداد بالظواهر الطبيعية ، فقد لاحظ أنه اذا اخذنا أوتارا موسيقية متساوية الطول وشددناها بأثقال بنسبة ١/٢ ، ٢/٣ ، ٣/٤ فانها تنتج النغمات الموسيقية المؤتلفة ، وهى الجواب والخامسة والرابعة وقد لاحظ ان النغمة تتوقف على طول الوتر وأن الاطوال التى تعطى النغمة والخامسة والجواب نسبتها ٢ : ٣ : ٤ وما هذا الا نوع من غرائب الاعداد فمتى وجد التآلف وجدت الاعداد .

كذلك لاحظ فى السلم الموسيقى سبع مسافات وفى الكون سبعة كواكب فلابد ان تكون العلاقة العددية التى تربط المسافات الموسيقية فى السلم الموسيقى هى نفس العلاقة التى تربط المسافة بين هذه الكواكب والارض وقد اطلق على النسب التى تربط هذه المسافات بالنسب الموسيقية او القوالب التوافقية وقد اطلق على علم الفلك تآلف الكرات :

(Harmony of Spheres)

واعتبر ان درجات الحكمة اربع :

(١) ابعاد فى حركة (علم الفلك) Magnitudes in Motion "Astronomy"

(٢) " " سكون (علم الهندسة) Magnitudes at Rest "Geometry"

(٣) أعداد مطلقة (علم الحساب) Numbers Absolute "Arithmetic"

(٤) " تطبيقية (علم الموسيقى) Numbers Applied "Music"

ووضع الفيثاغوريون لكل رقم معنى خاصا به فمثلا الواحد هو العدد المطلق وهو اصل الاشياء واصل العالم ورقم ٤ هو العدد الامثل :

ويشير الى الروح الانسانية (Human Soul).

والرقم ٥ سبب الالوان والرقم ٦ سبب البرد

والرقم ٧ يشير الى العقل والصحة والنور .

والرقم ٨ يشير الى الحب والصداقة .

الاعداد المتحابة :

وعندما سئل فيثاغورس عمن هو الصديق اجاب :

" هو من كان صورة منى مثل العددين ٢٢٠ ، ٢٨٤ "

وهو ما يطلق عليه فى العلم الحديث بالاعداد المتحابة وهى عبارة عن وجود ازواج من الاعداد بحيث يكون احد طرفى اى زوج يساوى مجموع العوامل المختلفة للطرف الاخر .

فعوامل ٢٨٤ هى ١ ، ٢ ، ٤ ، ٧١ ، ١٤٢ مجموعها ٢٢٠ ،

وعوامل ٢٢٠ هى ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ١١ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٤٤ ، ٥٥ ، و١١٠ ومجموعها ٢٨٤ .

وعرف الهنود الاعداد المتحابة قبل فيثاغورس وكان الاغريق يجدون متعة لا حد لها فى اكتشاف مثل هذه الزوجين من الاعداد المتحابة رغم ما يكتنفها من صعوبات كثيرة .

وقد بحث ثابت بن قره الحرانى من اشهر العلماء العرب الرياضيين فى الاعداد المتحابة واوجد لها القانون الاتى :ــ

اذا كان :

$$ط = ٣ \times ٢^{ن} - ١$$

$$\text{واذا كان } ق = ٣ \times ٢^{(ن-١)} - ١$$

$$\text{واذا كان } د = ٩ \times ٢^{(٢ن-١)} - ١$$

وكان ط ، ق ، د اعداد أولية ، ن عدد صحيحا موجبا :

فان أ = $٢^{ن}$ × ط ق
ب = $٢^{ن}$ د } عددان متحابان

فاذا أخذنا ن = ٢ كان العددان ٢٢٠ ، ٢٨٤

" " ن = ٣ " " ٢٠٢٤ ، ٢٢٩٦

الاعداد التامــــة :

اذا اخذنا العدد ١٤ وجمعنا عوامله وهى ١ + ٢ + ٧ = ١٠

فواضح ان العدد اكبر من مجموع عوامله ولذلك فهو يسمى عددا زائدا ومن جهة اخرى

فان مجموع عوامل العدد ١٢ هو ١٦ وهو اكبر من العدد ١٢ ويسمى عددا ناقصا .

وعندما يكون مجموع عوامل العدد مساويا للعدد نفسه يسمى العدد عددا تامـــــا

(اوعدد مثالى) .

مثل ٦ ، ٢٨ ، ٤٩٦

لان ٦ = ١ + ٢ + ٣

٢٨ = ١ + ٢ + ٤ + ٧ + ١٤

٤٩٦ = ١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ + ٣١ + ٦٢ + ١٢٤ + ٢٤٨

ويلاحظ ان العدد نفسه لايسمى عاملا

واصغر الاعداد التامة هى ٦ ، ٢٨ عرفهـــا الهنود والعبريون واعتـــــبرت

اعدادا اساسية حيث ان ايام الخلق ستة ايام ودورة القمر هى ٢٨ يوما .

وعندمـــا تم اكتشاف العددين الكاملين التاليين ٦ ، ٢٨ بواسطـــة نيكوماخوس وقد جاء في كتابه :

" ان الجمال والطبيعـــة نادران ويمكن عدهما بسهولة ولكن القبح والسوء كثيرا الانتاج ، وبالمثل فان الاعداد الزائدة والاعداد الناقصة توجد بكثرة وفي غـــير انتظام او ترتيب ويحدث اكتشافهـــا بدون انتظام ، ولكن الاعداد التامة يسهل عدهـــا وتوجد في ترتيب معين وذلك لوجود عدد واحد منها في الوحدات (الاحاد) هـــو ٦ وعدد واحد في العشرات هو ٢٨ وعدد واحد في جميع المئات هو ٤٩٦ وعـــدد واحد في المدى الكبير من الالاف وعلى حدودها فهو قريب من عشرة آلاف وهو ٨١٢٨ ، ويجرى انتظام الاعداد التامة الى انتهائها بالرقم ٦ أو ٨ في آحادها وهي دائمـــا اعداد زوجيـــة " .

والعدد الخامس للاعداد التامـــة هو ٣٣٥٥٠٣٣٦ .

وقد برهن اقليدس القانون الذى يمكن استخراج العدد الامثل وهو:

اذا كان $ج_ن = ١ + ٢ + ٢^٢ + \ldots + \ldots + ٢^{ن-١}$

وكان $ج_ن$ عددا اوليا

فان $ج_ن \times ٢^{ن-١}$ عددا تاما

أى ان $٢^{ن-١} (٢^ن - ١)$ عدد تام اذا كان $(٢^ن - ١)$ عددا اوليا .

وقد امكن باستخدام الالات الحاسبة الجديدة ذات السرعات الهائلة اضافـــة خمسة اعداد اخرى الى هذه الاعداد الخمســة السابقـــة .

الاعداد الصحيحــــة

الاعداد الصحيحة او الكاملــة هي:

صفر ، ± ١ ، ± ٢ ، ± ٣ ، ....

وتوزع الاعداد الى اربع طبقات :

١ ــ الصفـــــر

٢ ــ الوحدتان ١ ، ــ١ اللتان مقلوبهما هما عددان صحيحان

٣ ــ الاعداد الاولية ± ٢ ، ± ٣ ، ± ٥ ، ± ٧ ، ± ١١

وهي التي ليست بصفر أو وحدات والتي يمكن تحليلها الى عاملين يختلف كل منهما عن الوحدة .

٤ ــ الاعداد اللا أولية : وتكون من الاعداد غير الموجودة في اى من الاعداد السابقــة .

الاعــداد الاوليـــة

أول من فكر في استخراج الاعداد الاولية هو ايراتوستينز Eratosthenes وهي طريقة استقرائية وهي كتابة جميع الاعداد الصحيحة في ترتيبها الطبيعي ثم اخــراج مضاعفات ٢ أولا ثم المضاعفات الباقية للعدد ٣ ثم المضاعفات الباقية للعدد ٥ وهكــــذا وهي المعروفة بطريقة الغربال كما هو بالجدول التالي :

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠
٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠
٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠
٥١	٥٢	٥٣	٥٤	٥٥	٥٦	٥٧	٥٨	٥٩	٦٠
٦١	٦٢	٦٣	٦٤	٦٥	٦٦	٦٧	٦٨	٦٩	٧٠
٧١	٧٢	٧٣	٧٤	٧٥	٧٦	٧٧	٧٨	٧٩	٨٠
٨١	٨٢	٨٣	٨٤	٨٥	٨٦	٨٧	٨٨	٨٩	٩٠
٩١	٩٢	٩٣	٩٤	٩٥	٩٦	٩٧	٩٨	٩٩	١٠٠

غربال ايراتو ستينز للاعداد الاولية

فاذا اردنا ان نبين الاعداد الاولية التى تقل عن ١٠٠٠ مثلا فليس من الضرورى ان نذهب الى ابعد من مضاعفات ٣١ لان $٣١^{٢}$ = ٩٦١ وهو اكبر مربع لعدد اولى واقل من ١٠٠٠ وهى مستخرجة مع شئ من التحسين فى هذه الايام :-

مثلث فيثاغـــورث :

أنشأ فيثاغورث مدرسة للرياضه أهتمت بالمثلثات قائمة الزاويه والـــــــتى تقـــــول :

" أن مجموع المربعين المنشأين على الضلعين القصيرين المتجاورين للزاويـــه القائمه يساوى المربع المنشأ على الضلع المقابل للزاويـــه القائمه وهـــــو الوتـــــر " .

وليس فى الرياضه كلها عباره لها ما لهذه العباره من التاريخ المتميز وقـــد تعلمنا جميعا كيف نبرهن عليها فى صبانا .. ومن الحق لم يكن البرهان يثبــت شيئـــــــا .

والطريقه الوحيده لاثباتها كانت بواسطة التجربه والحقيقه أن هذه التجربــه ليست صادقه تماما ولكنها صادقه على وجه التقريب بيد أن كل شئ فى الهندســه مشتق فيها بتعميمات متعاقبه وأحدث هذه التعميمات هى نظرية النسبيه العامه .

ومن المرجح أن نظرية فيثاغورث نفسها عباره عن تعميم لقاعدة " الابهام " المصريه[1] فقد كان من المعروف منذ قرون فى مصر أن المثلث الذى تكون اضلاعــــه ٣ ، ٤ ، ٥ وحدات فى الطول يكون مثلثا قائم الزاويه وقد استخدم المصريون هذه المعرفه من الوجهه العمليه فى قياس حقولهم .

فاذا كانت أضلاع المثلث هى ٣ ، ٤ ، ٥ وحدات فان المربعـــات المنشأه على هذه الاضلاع ستكون مساحتها على التوالى هى ٩ ، ١٦ ، ٢٥ وحده مربعه — فاذا أضيف ٩ الى ١٦ فيكون مجموع النتائج ٢٥ وتكـــــون لدينا هذه المعادلـــه :

$$٣^٢ + ٤^٢ = ٥^٢$$

(١) الفلسفه النسبيه لبرتراند رسل

فلسفة الأعداد :

فلسفة الاعداد هي الحقيقه الاساسيه لربط العلوم والظواهر الكونيه وقوانين الطبيعه ربطا صحيحا ودقيقا ، وعلاوة على ذلك فان لها بعض الطرائف والغرائب المحببه للنفس — وقد زاد الاهتمام بدراسة فلسفة الاعداد حتى أصبح لها نوع أساسي من علوم الرياضه يعرف باسم نظرية الأعداد .

وسنورد فيما يلي بعض هذه الطرائف :—

أولا : الارقام الفرديه :

أ — الارقام الفرديه وهي ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ... الخ
اذا جمعنا أي عدد من هذه الارقام الفرديه من الاول نحصل الجمع يساوي مربع هذا العدد .

فمثلا

$١ = ١^٢$

$١ + ٣ = ٢^٢$

$١ + ٣ + ٥ = ٣^٢$

$١ + ٣ + ٥ + ٧ = ٤^٢$

$١ + ٣ + ٥ + ٧ + ٩ = ٥^٢$

$١ + ٣ + ٥ + ٧ + ٩ + \cdots + (٢ن - ١) = ن^٢$

ب — الرقم الأول ١ مجموعه مكعب ١ = $١^٣$

الرقمان التاليان ٣ + ٥ مجموعهما ٥٥ ٢ = $٢^٣$

الثلاثة أرقام التاليه ٧ + ٩ + ١١ مجموعهما ٥٥ ٣ = $٣^٣$

الاربعه التاليه ١٣ + ١٥ + ١٧ + ١٩ مجموعهما ٥٥ ٤ = $٤^٣$

$(ن^٢ - ن + ١) + (ن^٢ - ن + ٣) + \quad + \quad + (ن^٢ + ن - ١) = ن^٣$

وهذه الظاهره أكتشفت سنة ١٠٠ بعد الميلاد واستعملت لايجـــــاد مجموع مكعبات الارقام الطبيعيه بتحويلها الى متواليه عدديه أى أن :ـ

$$١^٣ + ٢^٣ + ٣^٣ + \dots + ن^٣ = ١ + (٣ + ٥) + (٧ + ٩ + ١١) + (١٣ + ١٥ + ١٧ + ١٩) + \dots + (ن^٢ - ن + ١ + \dots + ن^٢ + ن - ١)$$

$$= \frac{(ن^٢ + ن)^٢}{٤} = \left(\frac{ن(ن+١)}{٢}\right)^٢$$

حـ ـ مربع أى رقم فردى اذا قسم على " ٢ " بحيث ينتج عددين متتاليـــين كان هذان العددان المتتاليان والعدد الاعلى أضلاع مثلث قائــــم الزاويـــــه .

العدد ٣ مربعــه ٩ ينقسم الى ٤ ، ٥

∴ ٣ ، ٤ ، ٥ أضلاع مثلث قائم الزاويـــه

العدد ٥ مربعــه ٢٥ ينقسم الى ١٢ ، ١٣

∴ ٥ ، ١٢ ، ١٣ أضلاع مثلث قائم الزاويه

العدد ١٧ مربعــه ٢٨٩ ينقسم الى ١٤٤ ، ١٤٥

∴ ١٧ ، ١٤٤ ، ١٤٥ أضلاع مثلث قائم الزاويه

وهى نظرية فيثاغورث وتنتج عنها القاعده المعروفه :

" اذا كان طول وتر المثلث القائم الزاويه وطول أحد أضلاعه عدديـــن متتاليين كان مجموع طولهما يساوى مربع طول الضلع الثالث " .

ثانيا : الأعداد الزوجيــــــه :

وهى ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ..... الخ .

١ ـ مجموع أى عدد من هذه الاعداد الزوجيه مبتدئين من الاول يساوى هذا العدد مضروبا فى العدد الذى يليـــه .

فمثلا ٢ = ١ × ٢

٢ + ٤ = ٢ × ٣

٢ + ٤ + ٦ = ٣ × ٤

٢ + ٤ + ٦ + ٨ = ٤ × ٥

٢ + ٤ + ٦ + ٨ + ١٠ +...+ ٢ن = ن (ن + ١)

٢ـ اذا ربعنا نصف العدد الزوجى وأخذنا العدد الذى يسبق مربع النصف والعدد الذى يليه مع العدد الأصلى .. كانت هذه الثلاثه أعـــداد أضلاع مثلث قائم الزاويه :

مثال (١) ٦ نصفهـــا ٣ مربع النصــف ٩

∴ ٦ ، ٨ ، ١٠ اضلاع مثلث قائم الزاويه

مثال (٢) ٨ نصفهـــا ٤ مربع النصــف ١٦

∴ ٨ ، ١٥ ، ١٧ اضلاع مثلث قائم الزاويه

مثال (٣) ١٢ نصفهـــا ٦ مربع النصــف ٣٦

∴ ١٢ ، ٣٥ ، ٣٧ اضلاع مثلث قائم الزاويه

مثال (٤) ٢٨ نصفـــــه ١٤ مربع النصــف ١٩٦

∴ ٢٨ ، ١٩٥ ، ١٩٧ أضلاع مثلث قائم الزاويه

مثال (٥) ٢ن نصفـــــه ن مربع النصــف $ن^٢$

∴ ٢ن ، ($ن^٢$ ــ ١) ، ($ن^٢$ + ١) أضلاع مثلث قائم الزاويه

ثالثا : اذا أخذنا ثلاث أعداد متتاليه آخرها يقبل القسمه على ٣ ثم جمعناهــا ثم جمعنا حاصل الجمع وهكذا فاننا دائما نحصل على الرقم ٦ .

مثال (١) ٢ ، ٨ ، ١٤ مجموعها ٢٤ ومجموع الارقام ٦

مثال (٢) ٥٥ ، ٥٦ ، ٥٧ مجموعها ١٦٨ ومجموعهم ١٥ ومجموعها ٦

مثال (٣) ١٧٥ ، ١٧٦ ، ١٧٧ مجموعهم ٥٢٨ ومجموعها ١٥ ومجموعها ٦

مثال (٤) ٢٧٨٣٥٦٢٤ ، ٢٧٨٣٥٦٢٥ ، ٢٧٨٣٥٦٢٦

مجموعهم ٨٣٥٠٦٨٧٥ ومجموع الارقـــــــــام ٤٢

ومجموعهم ٦

وقد أعتبر الرقم ٦ هي العدد الامثل وقد خلق الله سبحانه وتعالى الدنيا في ٦ أيـــــام .

رابعا : اذا أخذنا المتواليه الهندسيــه

١ ، ٣ ، $٣^٢$ ، $٣^٣$

واعتبرناها صنجات أي صنجه ذات جرام مثلا وصنجه ذات ثلاث جرامات وصنجه ذات تسع جرامات وصنجه ذات ٢٧ جرام وهكذا فانه يمكننا أن نزن بهذه الصنجات جميع الاوزان الصحيحه من الجرام الواحد الى ماشاء اللـــه مع ملاحظة أن الميزان ذو كفتين وأن الجرام الواحد بصنجه وأن الجرامين تتزن من الفرق بين ٣ ، ١

• ٣ بصنجهـــا

• ٤ من (١ + ٣)

• ٥ من (٩ ـ (١ + ٣))

وهكـــــذا .

اذا أخذنا المتواليه الهندسيه ١ ، ٢ ، $٢^٢$ ، $٢^٣$ ، $٢^٤$ . . . .

ثالثا نجد أن أى عدد عبارة عن أحد حدود هذه المتواليه أو مجموع بعض حدود من هذه المتواليه ومن هذه الخاصه كان قدماء المصريين يجرون عمليات الضرب من واقع جدول ٢ فقط .. وأن أغلب عمليات الضرب فى كتاب أحمس مبنيه على جدول ٢ فقط .. فقد كان قدماء المصريين عندما يضربون ١٥ × ١٣ يجرون العمل كالآتى :-

العــــــدد	١٥
٢ × العـــدد	(٣٠)
$٢^٢$ × العـــدد	٦٠
$٢^٣$ × العـــدد	١٢٠
	١٩٥

يكتبون العدد ثم يضاعفونه ثم يضاعفون العدد الناتج وهكذا ثم يختارون من هذه المضاعفات مايكون مجموع المكررات فيه (١٣) أى يختارون ١ + $٢^٢$ + $٢^٣$ ثم يجرون هذه المضاعفات المختاره فيكون هو حاصل الضرب ويلاحظ أن رقم (٣٠) بين قوسين لانها لاتجمع لانها لاتدخل ضمن المكررات المكونه للعدد (١٣) .

وإذا عكسنا العمليه كانت هكـــــذا .

العــــــدد	١٣
٢ × العـــدد	٢٦
$٢^٢$ × العـــدد	٥٢
$٢^٣$ × العـــدد	١٠٤
	١٩٥

وهناك طريقه تسمى بالطريقه البلشفيه يستعملها الفلاحون الروس وهذه الطريقه تسهل عملية اختيار الكورات بأن يكتفى بوضع العددين المراد ضربهما ثم يضاعف أحدهما وفى الوقت نفسه ينصف الآخر مع أهمال الباقى — وتستمر العمليه حتى تصل عملية التنصيف الى الواحد الصحيح ثم يهمل كل عدد زوجى فى المضاعفات اذا قابل عددا زوجيا فى المنصفات ثم تجمع المضاعفات الباقيه فتكون هى حاصل الضرب المطلوب اذا كان العدد المنصف فرديا أما اذا كان العدد المنصف زوجيا فيهمل أيضا العدد الاول ويجمع المضاعفات الباقيه فتكون هى حاصل الضرب المطلوب

مثال (١) أضرب ٧٣ × ٥٩

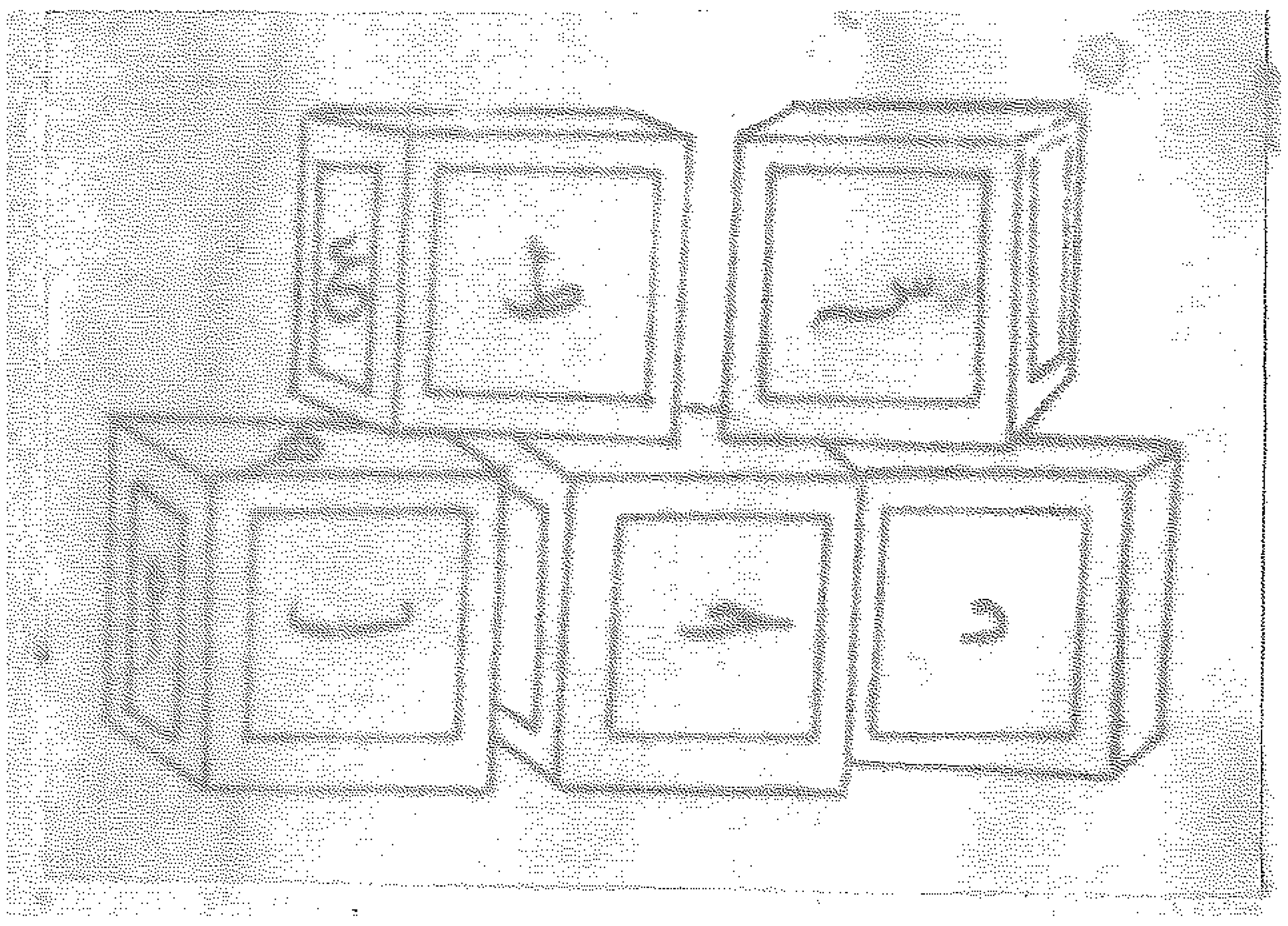
مضاعفات	منصفات	أو	مضاعفات	منصفات
٧٣	٥٩		٥٩	٧٣
١٤٦	٢٩		(١١٨)	(٣٦)
(٢٩٢)	(١٤)		(٢٣٦)	(١٨)
٥٨٤	٧		٤٧٢	٩
١١٦٨	٣		(٩٤٤)	(٤)
٢٣٣٦	١		(١٨٨٨)	(٢)
			٣٧٧٦	١
٤٣٠٧			٤٣٠٧	

مثال (٢) أضرب ٧٢ × ٥٩

مضاعفات	منصفات		مضاعفات	منصفات
~~٧٢~~	٥٩		(٥٩)	~~(٧٢)~~ زوجى
١٤٤	٢٩		(١١٨)	(٣٦)
(٢٨٨)	(١٤)		(٢٣٦)	(١٨)
٥٧٦	٧		٤٧٢	٩
١١٥٢	٣		(٩٤٤)	(٤)
٢٣٠٤	١		(١٨٨٨)	(٢)
			٣٧٧٦	
٤٢٤٨			٤٢٤٨	

معجـــزات الاعـــــــداد

١ ــ المكعبـــات السحريـــة



كل الناس على سطـح الارض يعملون ليل نهار لمدة مليــون عام ولم تسطـيع ان تنتهـــى من ترتيـب وتنظيـم ٥ خمسـة مكعبات سحريـة للحروف الابجدية فى كلمات مترابطة ذات معنى • فهذه الخمسـة مكعبات تحتوى علـى ٣٠ حرفـــا فهنـــــاك :

٠٠٠ر٣٦٩ر٤٣٩ر٢٥٩ر٧٣٥ر٤٠١ر٤٤٨ ر ٦٢٠

وضع ممكن مختلف يتكون من هذه الـ ٣٠ حرفا وهذا المجهــــود يكلف شخص واحد فقط لمدة :

١٢٠ار ٨٧٩ ر ٩٧٥ ر ٤٢٨ ر ٩٦٧ ر ١ سنـة لتنظيـــم هذه المكعبات فى هذا العمل المذكور •

واذا امكن لـ ٣ر٠٠٠ر٠٠٠ر٠٠٠ انسان على سطـح هــذه الارض من مساعدته فانه يمكن نهوهـــا فى حوالى مليون عام •

٢ ـ قصة الصبي

وهناك قصة الصبى الصغير الذى اراد ان يؤجره احد الاغنياء . فعرض عليه الصبى ان يكون اجره فى اول يوم قرشا واحدا على شرط ان يتضاعف الاجر فى اليوم التالى . وهكذا لمدة شهر فرضى الغنى ولكنه سقط ميتا عندما عرف اجره فى اليوم الاخير فقد بلغ ٥ر٣٦٨ر٧٥٩٠١٢ جنيها ومجموع اجره طول الشهر ١٠ر٧٣٧ر٤١٨٠٢٨ جنيها .

٣ ـ اضرب وتأمل

١	x	٩١	=	٠٩١	مجموع أرقام الناتج يساوى	١٠
٢	x	٩١	=	١٨٢	" " " "	١١
٣	x	٩١	=	٢٧٣	" " " "	١٢
٤	x	٩١	=	٣٦٤	" " " "	١٣
٥	x	٩١	=	٤٥٥	" " " "	١٤
٦	x	٩١	=	٥٤٦	" " " "	١٥
٧	x	٩١	=	٦٣٧	" " " "	١٦
٨	x	٩١	=	٧٢٨	" " " "	١٧
٩	x	٩١	=	٨١٩	" " " "	١٨

(٤) ٣ × ٣٧ = ١١١

٦ × ٣٧ = ٢٢٢

٩ × ٣٧ = ٣٣٣

١٢ × ٣٧ = ٤٤٤

١٥ × ٣٧ = ٥٥٥

١٨ × ٣٧ = ٦٦٦

٢١ × ٣٧ = ٧٧٧

٢٤ × ٣٧ = ٨٨٨

٢٧ × ٣٧ = ٩٩٩

(٥) ٣٣ × ٣٣٦٧ = ١١ ١١ ١١

٦٦ × ٣٣٦٧ = ٢٢ ٢٢ ٢٢

٩٩ × ٣٣٦٧ = ٣٣ ٣٣ ٣٣

١٣٢ × ٣٣٦٧ = ٤٤ ٤٤ ٤٤

١٦٥ × ٣٣٦٧ = ٥٥ ٥٥ ٥٥

١٩٨ × ٣٦٧ = ٦٦ ٦٦ ٦٦

٢٣١ × ٣٣٦٧ = ٧٧ ٧٧ ٧٧

٢٦٤ × ٣٣٦٧ = ٨٨ ٨٨ ٨٨

٢٩٧ × ٣٣٦٧ = ٩٩ ٩٩ ٩٩

اجمع طــل

(٦)

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

\+ ١

---

١ ١ ١ ١ ١ ١ ١ ١ ١ ١

(٧)

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

\+ ٢

---

٢ ٢ ٢ ٢ ٢ ٢ ٢ ٢ ٢ ٢

(٨)

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

\+ ٣

---

٣ ٣ ٣ ٣ ٣ ٣ ٣ ٣ ٣ ٣

اضرب

(٩) ١ ١١١ ١١١ ١١١ = ٩ × ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

٢ ٢٢٢ ٢٢٢ ٢٢٢ = ١٨ × ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

٣ ٣٣٣ ٣٣٣ ٣٣٣ = ٢٧ × ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

٤ ٤٤٤ ٤٤٤ ٤٤٤ = ٣٦ × ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

وهكـــذا .

(١٠) ماذا تســـاوي ٩ ($٩^٩$)

وهو عبارة عن ٩ مرفوعا الى ٩ مرفوع لأس ٩ وهو اكبر عدد يكتب يتكون من ثلاثة ارقام الناتج يحتوي على ٣٦٩ مليون عدد

فاذا اردنا ان نكتبه وفرض ان البوصة يمكن ان تسع خمسة اعـــداد لاحتجنـــا لكتابة الناتـــج شريـــط من الورق طوله ١١٦٤ ميلا .

وهذا شئ غير مشهور .

(١١) العدد العجيـــب ١٤٢٨٥٧

نلاحـــظ ان مكونات هذا العدد هي مكونات حاصل ضربـــه :

١٤٢٨٥٧ × ٢ = ٢٨٥٧١٤

١٤٢٨٥٧ × ٣ = ٤٢٨٥٧١

١٤٢٨٥٧ × ٤ = ٥٧١٤٢٨

١٤٢٨٥٧ × ٥ = ٧١٤٢٨٥

١٤٢٨٥٧ × ٦ = ٨٥٧١٤٢

واخيـــرا

١٤٢٨٥٧ × ٧ = ٩٩٩ ٩٩٩

(١٢) الارقـــام الزمبلكيـــة :

$$١١^{٢} = ١٢١$$

$$١١١^{٢} = ١٢٣٢١$$

$$١١١١^{٢} = ١٢٣٤٣٢١$$

$$١١١١١^{٢} = ١٢٣٤٥٤٣٢١$$

$$١١١١١١^{٢} = ١٢٣٤٥٦٥٤٣٢١$$

$$١١١١١١١^{٢} = ١٢٣٤٥٦٧٦٥٤٣٢١$$

$$١١١١١١١١^{٢} = ١٢٣٤٥٦٧٨٧٦٥٤٣٢١$$

$$١١١١١١١١١^{٢} = ١٢٣٤٥٦٧٨٩٨٧٦٥٤٣٢١$$

(١٣)

١ x ٩ + ٢ = ١١

١٢ x ٩ + ٣ = ١١١

١٢٣ x ٩ + ٤ = ١١١١

١٢٣٤ x ٩ + ٥ = ١١١١١

١٢٣٤٥ x ٩ + ٦ = ١١١ ١١١

١٢٣٤٥٦ x ٩ + ٧ = ١ ١١١ ١١١

١٢٣٤٥٦٧ x ٩ + ٨ = ١١ ١١١ ١١١

١٢٣٤٥٦٧٨ x ٩ + ٩ = ١١١ ١١١ ١١١

١٢٣٤٥٦٧٨٩ x ٩ + ١٠ = ١ ١١١ ١١١ ١١١

(١٤)

١ x ٨ + ١ = ٩

١٢ x ٨ + ٢ = ٩٨

١٢٣ x ٨ + ٣ = ٩٨٧

١٢٣٤ x ٨ + ٤ = ٩٨٧٦

١٢٣٤٥ x ٨ + ٥ = ٩٨٧٦٥

١٢٣٤٥٦ x ٨ + ٦ = ٩٨٧٦٥٤

١٢٣٤٥٦٧ x ٨ + ٧ = ٩٨٧٦٥٤٣

١٢٣٤٥٦٧٨ x ٨ + ٨ = ٩٨٧٦٥٤٣٢

١٢٣٤٥٦٧٨٩ x ٨ + ٩ = ٩٨٧٦٥٤٣٢١

٦٥٣٥٩٤٧٧١٢٤١٨٣ × ١٧ × ١ = ١ ١١١ ١١١ ١١١ ١١١ ١١١

٦٥٣٥٩٤٧٧١٢٤١٨٣ × ١٧ × ٢ = ٢ ٢٢٢ ٢٢٢ ٢٢٢ ٢٢٢ ٢٢٢

٦٥٣٥٩٤٧٧١٢٤١٨٣ × ١٧ × ٣ = ٣ ٣٣٣ ٣٣٣ ٣٣٣ ٣٣٣ ٣٣٣

٦٥٣٥٩٤٧٧١٢٤١٨٣ × ١٧ × ٤ = ٤ ٤٤٤ ٤٤٤ ٤٤٤ ٤٤٤ ٤٤٤

٦٥٣٥٩٤٧٧١٢٤١٨٣ × ١٧ × ٥ = ٥ ٥٥٥ ٥٥٥ ٥٥٥ ٥٥٥ ٥٥٥

٦٥٣٥٩٤٧٧١٢٤١٨٣ × ١٧ × ٦ = ٦ ٦٦٦ ٦٦٦ ٦٦٦ ٦٦٦ ٦٦٦

٦٥٣٥٩٤٧٧١٢٤١٨٣ × ١٧ × ٧ = ٧ ٧٧٧ ٧٧٧ ٧٧٧ ٧٧٧ ٧٧٧

٦٥٣٥٩٤٧٧١٢٤١٨٣ × ١٧ × ٨ = ٨ ٨٨٨ ٨٨٨ ٨٨٨ ٨٨٨ ٨٨٨

٦٥٣٥٩٤٧٧١٢٤١٨٣ × ١٧ × ٩ = ٩ ٩٩٩ ٩٩٩ ٩٩٩ ٩٩٩ ٩٩٩

(١٦) عـدد الرئاسـه :

٢١٠ ٦٨٤ ٤٧٣ ٧٨٩ ٣١٥ ٥٢٦

يسمى رقم الرئاسه لانك لو ضربته فى أى رقم تشاء فان الارقام الاصليه المكونه له تبقى كما هى .

(١٧) أكبر عدد أولـى :

٧٢٧ ١٠٥ ٨٥٤ ٧١٥ ٣٠٣ ٦٨٧ ←

← ٢٣١ ٢٣١ ٤٦٩ ٤٦٠ ١٨٣ ١٤١ ١٧٠

(١٨) المربعات السحريـه :

وهى التى يكون فيها مجموع ارقام الصفوف الافقيه والرأسيه والقطريه متساويه مثل

المجموع = ١٥

٦	١	٨
٧	٥	٣
٢	٩	٤

المجموع = ٣٤

١	١٤	١٥	٤
٨	١١	١٠	٥
١٢	٧	٦	٩
١٣	٢	٣	١٦

١٩) قصة المليونير والتاجــــر :

رجع مليونير الى منزله مسرورا جدا لأنه قابل أحد التجار الذى أتفــق معه اتفاقا غريبا يزيد من حظ المليونير ويدل على بلاهة التاجر وكان هــذا الاتفاق ينص على أن التاجر صباح كل يوم يحضر للمليونير كيسا مملوءا بالنقود ويحوى ١٠٠٠٠٠ جنيه مقابل مبلغ رمزى ضئيل جدا وهو قرش صاغ واحــد فى اليوم الاول وفى اليوم الثانى سيصير قرشين مقابل ١٠٠ر٠٠٠ جنيــه ويستمر التاجر يدفع ١٠٠ ٠٠٠ جنيه يوميا على أن يدفع المليونير فى اليــوم الثالث أربعة قروش واليوم الرابع ثمانية قروش ٠٠ وهكذا يتضاعف المبلغ الضئيل يوميا، حقا ياله من تاجر ابله ومليونير محظوظ •

تعالى معى نرى ماذا حدث للتاجر والمليونير •

بعد سبعة أيام كان جملة ماتحصل عليه المليونير ٧٠٠ر٠٠٠ جنيه فــى مقابل ١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ + ٣٢ + ٦٤ = ١٢٧ قرشــا

أى جنيه واحد وسبعة وعشرين قرشــا

وفى اليوم الخامس عشر يدفع التاجر ١٠٠ر٠٠٠ مقابل ٨٤ر١٦٣

" " السادس " " " ١٠٠ر٠٠٠ مقابل ٦٨ر٣٢٧

" " السابع " " " ١٠٠ر٠٠٠ " ٣٦ر٦٥٥

" " الثامن " " " ١٠٠ر٠٠٠ " ٧٢ر١٣١٠

" " التاسع " " " ١٠٠ر٠٠٠ " ٤٤ر٢٦٢١

وللآن كان الرجل المليونير فى غاية السرور لانه كسب كثيرا جدا لأنه دفع فقط مبلغ حوالى ٥٠٠٠ جنيه مقابل ١٨٠٠ر٠٠٠ جنيه وماذا حــدث بعد ذلــــك •

فى اليوم العشريـــــن دفع التاجر ١٠٠ر٠٠٠ مقابل ٥٢٤٢ر٨٨ جنيه
" " الواحد والعشرين " " ١٠٠ر٠٠٠ " ١٠٤٨٥ر٧٦ "
" " الثانى " " " ١٠٠ر٠٠٠ " ٢٠٩٦١ر٥٢ "
" " الثالث " " " ١٠٠ر٠٠٠ " ٤١٩٤٣ر٠٤ "
" " الرابع " " " ١٠٠ر٠٠٠ " ٨٣٨٨٦ر٠٨ "
" " الخامس " " " ١٠٠ر٠٠٠ " ١٦٧٧٧٢ر١٦ "
" " السادس " " " ١٠٠ر٠٠٠ " ٣٣٥٥٤٤ر٣٢ "
" " السابع " " " ١٠٠ر٠٠٠ " ٦٧١٠٨٨ر٦٤ "

وإلى هنا ظهر للمليونير أنه يدفع أكثر مما يأخذ والعجيب ماحدث بعد ذلك.

فى اليوم الثامن والعشرين يدفع التاجر ١٠٠ر٠٠٠ مقابل ١ر٣٤٢١٧٧ر٢٨
" " التاسع " " " ١٠٠ر٠٠٠ " ٢ ٦٨٣٥٤ر٥٦
" " الثلاثيــــــن " " ١٠٠ر٠٠٠ " ٥٣٦٨٧٠٩ ر١٢

بعدها جلس المليونير يعد ماحصل عليه من التاجر ويحسب المقابل لذلك ماحصل عليه التاجر نفسه أتضح أن المليونير أستلم ٣٠٠٠ ٠٠٠ ثلاثة مليـــون جنيه وأن جملة ماحصل عليه التاجر ١٠٧٣٧٤١٨ر٢٣ جنيـــه

وجلس المليونير العبيط حزين على هذه الحيله وظهر من ذلك فائـــدة دراسة نظرية الاعداد .

وفى نهاية هذه القصه الشائقه سنحاول فهم جملها عدديا وإليك مافقده المليونـــــر .

١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦ + ٣٢ + ٦٤ .... الـــخ

تلاحــــظ عدديا أن :

١ = ١

٢ = ١ + ١

٤ = (١ + ٢) + ١

٨ = (١ + ٢ + ٤) ١

١٦ = (١ + ٢ + ٤ + ٨) + ١

٣٢ = (١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦) + ١

نلاحــظ ان اى عدد يساوى مجموع العدد السابق مضافا اليه واحد (١)

ففى الحالة من ١ الى ٣٢٫٧٦٨ نجمع العدد الاخير وهو ٣٢٫٧٦٨

مع مجموع الاعداد السابقــة اى نفس العدد ناقصا واحد .

(٣٢٧٦٨ ـ ١) = ٣٢٧٦٧

فيكون المجموع = ٣٢٧٦٧ + ٣٢٧٦٨ = ٦٥٥٣٥ جنيــه

فاذا اردنا ان نعرف المبلغ جميعــه الذى دفعــه المليونــــير

فنرى آخــر مبلغ دفعــه للتاجــر وهو ٥٣٦٨٧٠٩٫١٢ فنجمـــع

٥٣٦٨٧٠٩٫١٢ + ٥٣٦٨٧٠٩٫١١ = ١٠٧٣٧٤١٨٫٢٣ جنيه

٢٠ـ حكايـــة الشطرنـــج

كلنا يعرف ان لعبة الشطرنج قديمة جدا جدا اخترعت منذ قرون كثيرة جدا وكان هناك جدل حولها • دعنا من ذلك ولكننا نعلم انها تلعب على طاولة مقسمة الى ٦٤ مربعا •

وكان الملك شهرام فى غاية الفخر والسرور من المخترع الباهر الماهر الذى اخترع هذه اللعبة وكان من عبيده وكان يدعى سيسيا فاراد الملك ان يكافىء بسخاء هذا المخترع • وعندما امتثل سيسا امام الملك قال له الملك " انا اريد ان أكافئك على هذا الاختراع العجيب " وحيا الملك سيسا وانحنى العبد للملك شكرا وقال الملك " انا غنى جدا " فاطلب ما شئت من مكافأة انت تستحقها " •

ولاذ سيسا صمتا فاعتقد الملك أنه خجل فشجعه الملك وقال له اطلب ما تحب انا لا أدخر وسعا لمكافأتك •

فقال سيسا ان الامر يحتاج الى تفكير واطلب منك ان تمهلنى الى صباح باكر •

وفى صباح اليوم التالى قال : انا اطلب حبه قمح فى المربع الاول من طاولة الشطرنج والحبة من القمح العادى •

ولكن الملك لم يصدق ما سمع واستغرب لهذا الطلب •

ثم اكمل سيسا وقال وحبتين فى المربع الثانى واربع حبات فى المربع الثالث وثمانية حبات فى المربع الرابع وستة عشر حبة فى المربع الخامس واثنين وثلاثين حبة فى المربع السادس وهكذا يتضاعف العدد فى المربع التالى •

قال الملك في غضب " اسكت سأعطيك القمح الذى تطلبه الى المربع ٦٤ وايضا سأضاعف كمية القمح كل يوم عن اليوم السابق ولكن اعلم ان طلبك هذا ليس متناسبا مع عظمتي وكرمي " ثم امر أمناء المخازن ان تحضر الاجولة وتملأ بحبات القمح التى طلبها هذا العبد .

ولكن العبد ابتسم وخرج وانتظر بالباب فى انتظار مكافأته .

وعند الغذاء تذكر الملك سيسا واستفسر عما اذا كان أخذ مكافأته الضئيلة .

ولكن قيل له " سيدنا الملك تعليمات جلالتك اعطيت ولا زال المسئولين يعدون حبات القمح التى سيأخذها سيسا ".

وتضايق الملك فانه لم يتعود ان تنفذ تعليماته ببطء .

وفى المساء قبل ان يذهب الملك الى سريره اعاد الملك سؤاله عن مكافأة سيسا ولكنه اجيب ان رجال الحسابات لا زالوا يقومون بعمليات عد وحساب كميات القمح .

" ولماذا هم يعملون ببطء شديد " قالها الملك بغضب شديد ، وقال قبل ان أقوم من نومى يجب ان يأخذ سيسا مكافأته كاملة ولن اكرر كلامى مرة أخرى ".

فى الصباح اخبر الملك ان جميع رجال الحسابات فى بلاط جلالتك طلبوا المعونة لمساعدتهم فى اتمام الحسابات لانهم لا زالوا يعملون باستمرار لهذه العمليات الضخمة وقيل له ان هذا الطلب خيالى وغير معقول جدا ولا يمكن الوفاء به

فقال الملك بتعجب كيف يكون خياليا وأنا غنى جدا وعدت العبد ويجب ان نفى بالوعد .

ولكنها يامولاى هذا ليس فى طاقتنا ولا يمكن تنفيذها حتى لو جمعنا جميع حبات القمح التى فى المملكة جميعها بل فى العالم كله . وحتى لو زرعنا جميع الاراضى فى هذا العالم جميعا بما فى ذلك البحار والمحيطات لو أمكن جلالتك هذه البحار والمحيطات ان تكون صالحة للزراعة والصحارى ايضا والمناطق الجليدية والجليدية فى الشمال والجنوب . لو اصبح هذا معقولا وتنفذ يمكن ان نفى بطلب سيسا

سمع الملك هذا الكلام فى صمت وتعجب ثم قال قل لى ما هو هذا الرقم المعجز

فقيل له انه : ١٨ر٤٤٦ر٧٤٤ر٠٧٣ر٧٠٩ر٥٥١ر٦١٥ .

التفسير العددى

اذا ابتدأنا من الاول فتكون الاعداد هى :

١ ر ٢ ر ٤ ر ٨ ر ١٦ ر ٣٢ ر ٦٤ ... وهكذا .

فاذا لاحظنا الظاهرة التالية :ـ

١ = ١

٢ = ١ + ١

٤ = (١ + ٢) + ١

٨ = (١ + ٢ + ٤) + ١

١٦ = (١ + ٢ + ٤ + ٨) + ١

٣٢ = (١ + ٢ + ٤ + ٨ + ١٦) + ١

وهكذا .

نرى أن العدد يساوى مجموع الاعداد السابق زائدا واحدا ولذلك يسهل علينا

حساب حبات القمح من قيمة ٢ ^٦٤ وطرح واحد للحصول على كمية القمح فى المربع رقم/ ٦٤

وللتسهيل ستقسم الى ٦٤ الى ٦ مجاميع كل مجموعة من هذه الستة فتكون من ١٠ وحدات

من الرقم ٢ ويبقى ٤ وحدات من الرقم ٢ .

نتيجـــة ٢ ^١٠ = ١٠٢٤

، ٢ ^٤ = ١٦

∴ القيمة الكلية = ١٠٢٤ × ١٠٢٤ × ١٠٢٤ × ١٠٢٤ × ١٠٢٤ × ١٠٢٤ × ١٠٢٤ ×١٠٢٤×

: ٦١

يضرب ١٠٢٤ × ١٠٢٤ = ١٠٤٨٦٧٦

∴ القيمة = ١٠٤٨٥٧٦× ١٠٤٨٥٧٦ × ١٠٤٨٥٧٦ × ٦١

وطرح واحـد من النتيجـة تصبح

١٨ر٤٤٦ر٧٤٤ر٠٧٣ر٧٠٩ر٥٥١ر٦١٥

ولعلـك تعلـم أن المتر المكعب من القمح يحتوى على ٠٠٠ ٠٠٠ ١٥ حبـة

فالكميـة بالمتر هى ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ١٢ مترا مكعبا .

فاذا عملنا صندوقا بعرض ١٠ متر وارتفاع ٤ متر فيكون طولـه يســـاوى

٠٠٠ ٠٠٠ ٣٠٠ كيلومتر طولى ضعف المسافـة من الارض الى الشمس.

وعجز الملك عن تنفيـذ وعده وهداه تفكيره الى حل لهذا الاشكال وعدم رجوعـه

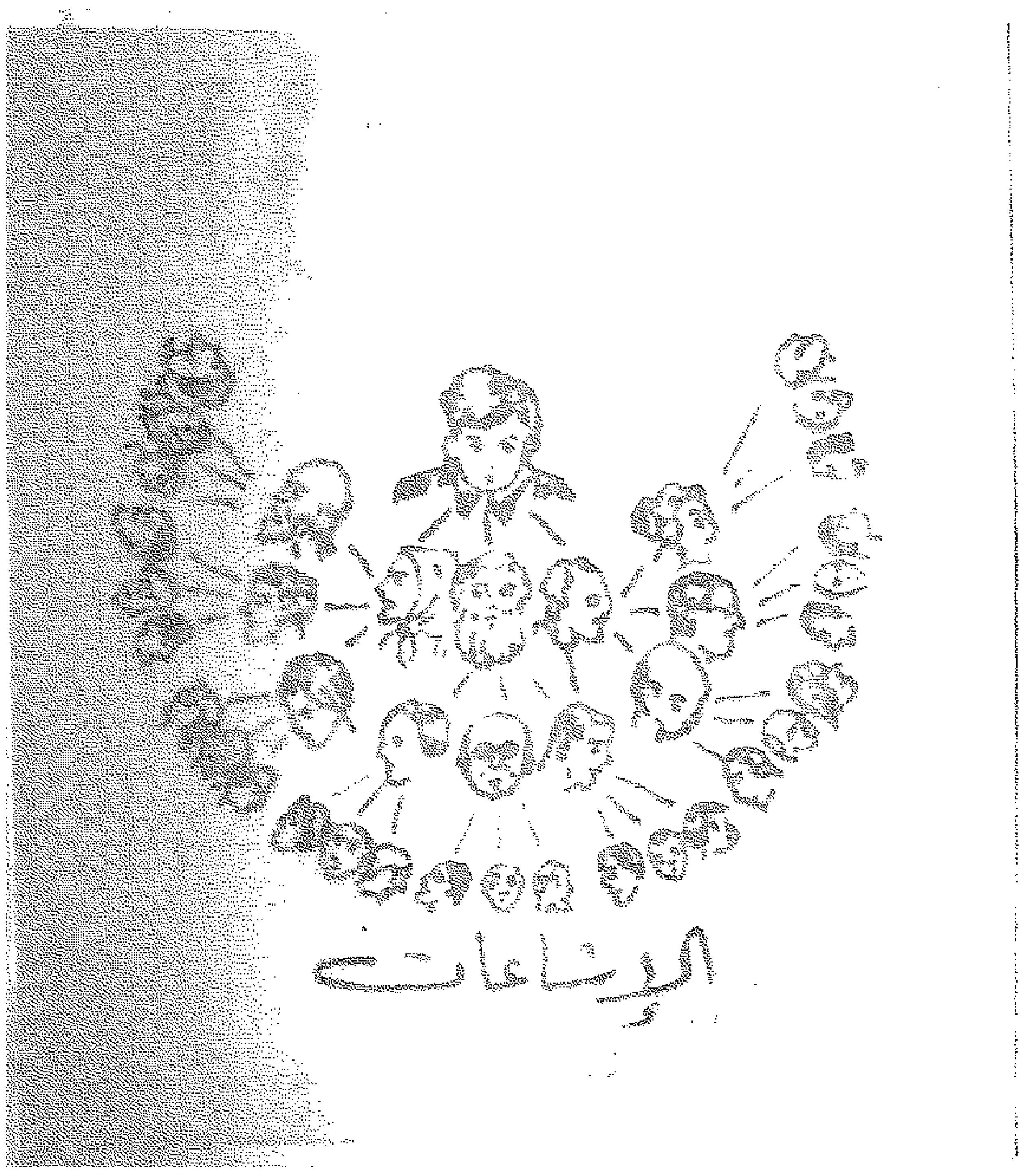
فى وعده ان جعـل سيسا نفسه يقوم باستلام المكافأة وأن يعدها هو لوحده حبه حبه .

واذا اعتبرنا ان سيسا سيعد ليلا ونهارا بدون توقف ويفرض ثانية واحدة لكل حبه

فجملة ما يعده فى اليوم الاول ٨٦٤٠٠ حبة وتحتاج المليون حبة حوالى ١٠ ايام ويحتاج المتر

المكعب ٦ شهور.

ونرى انه حتى لو امضى سيسا عمره كله فى العد فانه سيأخذ جزءا لايذكر من مكافأته .


الإشاعات

٢١ـ انتشار الاشاعـــات

في الساعة ٨ صباحا اتى رجل من العاصمة الى بلدة صغيرة تعدادها حوالى ٥٠٠٠٠ نسمة وعقب حضوره كان يجلس مع ثلاثة اشخاص فقط فقال لهم خـــبرا مثيرا وحذرهم من عدم اذاعته وكان الوقت الذى استغرقــه معهم ليحكي هـذه الاشاعة ١٥ دقيقــة (أى انتهى حوالى الســـاعة $\frac{8}{15}$) .

وكان هذا الخبر محفوظا بينهم هم الاربعة مروج الاشاعة والثلاثة المستمعين .

وفى الســـاعة $\frac{8}{30}$ كان هذا الخبر انتشـر عن طريق الثلاثة اشخاص كل حكى هـــذا السـر الى ثلاثــة أشخاص فاصبح يعرفــه :

٤ + (٣ × ٣) = ١٣ شخص

وفي الساعة ٨٫٤٠ حكى التسعة اشخاص هذا الخبر كل الى ثلاثة أخرى فاصبـــح شائعـــا بين :

١٣ + (٩ × ٣) = ٤٠ شخص

وهكـــذا :

في الساعة ٩ كان العدد ٤٠ + (٢٧ × ٣) = ١٢١

" " ٩٫١٥ " " ١٢١ + (٨١ × ٣) = ٣٦٤

" " ٩٫٣٠ " " ٣٦٤ + (٢٤٣ × ٣) = ١٠٩٣

بالللفظاعـــة بعد حوالى ساعة واحدة كان هذا الخبر منتشرا بين حوالى ١١٠٠ شخص وهكذا كبيرا جدا في مدينة صغيرة تعدادها ٥٠٠٠٠ نسمـــة

وليت الان وقف عند ذلك ولكن :

فى الساعة ٤٥ر٩ كان العدد = ١٠٩٣ + (٣ × ٧٢٩) = ٣٢٨٠ شخص

فى الساعة ١٠ " " = ٣٢٨٠ + (٣ × ٢١٨٧) = ٩٨٤١ شخص

فى الساعة ١٥ر١٠ " " = ٩٨٤١+ (٣ × ٦٥٦١) = ٢٩٥٢٤ شخص

يا للهول بعد ساعتين اصبحت الاشاعة تغطى اكثر من نصف تعداد سكـــان المدينة وهذا يعنى ان الساعة ٣٠ر١٠ تغطى الاشاعة المدينة جميعها .

والان سنحاول معرفة مدى انتشار الاشاعات عدديا .

١ + ٣ + (٣ × ٣) + (٣ × ٣ × ٣) + ٣ × ٣ × ٣ × ٣) + (٣ × ٣ × ٣ × ٣) + وهكذا

ومعرفتها بالجمع كالاتى :ـــ

١ = ١

٣ = ١ × ٢ + ١

٩ = (١ + ٣) ٢ + ١

٢٧= (١ + ٣ + ٩) × ٢ + ١

٨١= (١ + ٣ + ٩ + ٢٧) × ٢ + ١

وهكـــذا

اى العدد وهكذا عبارة عن ضعف مجموع العدد السابق مضافا اليـــه واحد .

اخيرا لمعرفة المجموع النهائى للعدد من واحد الى اى عدد فتجمع نصف لهذا العدد ناقص واحد مع العدد النهائى مثلا :

١ + ٣ + ٩ + ٢٧ + ٨١ + ٢٤٣ + ٧٢٩

فالعدد ٧٢٩ + نصف ٧٢٨

= ٧٢٩ + ٣٦٤

= ١٠٩٣

هذا ما حدث فى حالة انتشار الاشاعة بواسطة ٣ اشخاص .

فما بالك فى حالة خمسة أو عشرة اشخاص سنرى فيما يلى ما يحدث فى حالة خمسة اشخاص:

الساعة ٨ صباحا كان يعرف الخبر ١ شخص

الساعة ١٥ر٨ " " " " ١ + ٥ = ٦ شخص

الساعة ٣٠ر٨ " " " " ٦ + (٥ × ٥) = ٣١ "

الساعة ٤٥ر٨ " " " " ٣١ + (٥×٢٥) = ١٥٦ "

الساعة ٩ " " " ١٥٦ + (٥×١٢٥) = ٧٨١ "

الساعة ١٥ر٩ " " " " ٧٨١ + (٥×٦٢٥) = ٣٩٠٦ "

الساعة ٣٠ر٩ " " " " ٣٩٠٦ + (٥×٣٢٥) = ١٩٥٣١ "

اى فى الساعة ٤٥ر٩ كان الخبر يغطى المدينة باجمعها .

فى حالة عشرة اشخاص

الساعة ٨ صباحا كان يعرف الخبر شخص واحد

الساعة ١٥ر٨ " " " " ١ + ١٠ = ١١ شخص

الساعة ٣٠ر٨ " " " " ١١ + ١٠٠ = ١١١ "

الساعة ٤٥ر٨ " " " " ١١١ + ١٠٠٠ = ١١١١ "

الساعة ٩ " " " " ١١١١ + ١٠٠٠٠ = ١١ ١١١ "

والرقم التالى هو ١١١ر١١١ شخص

اى ان الخبر سينتشر بعد التاسعة بقليل جدا .

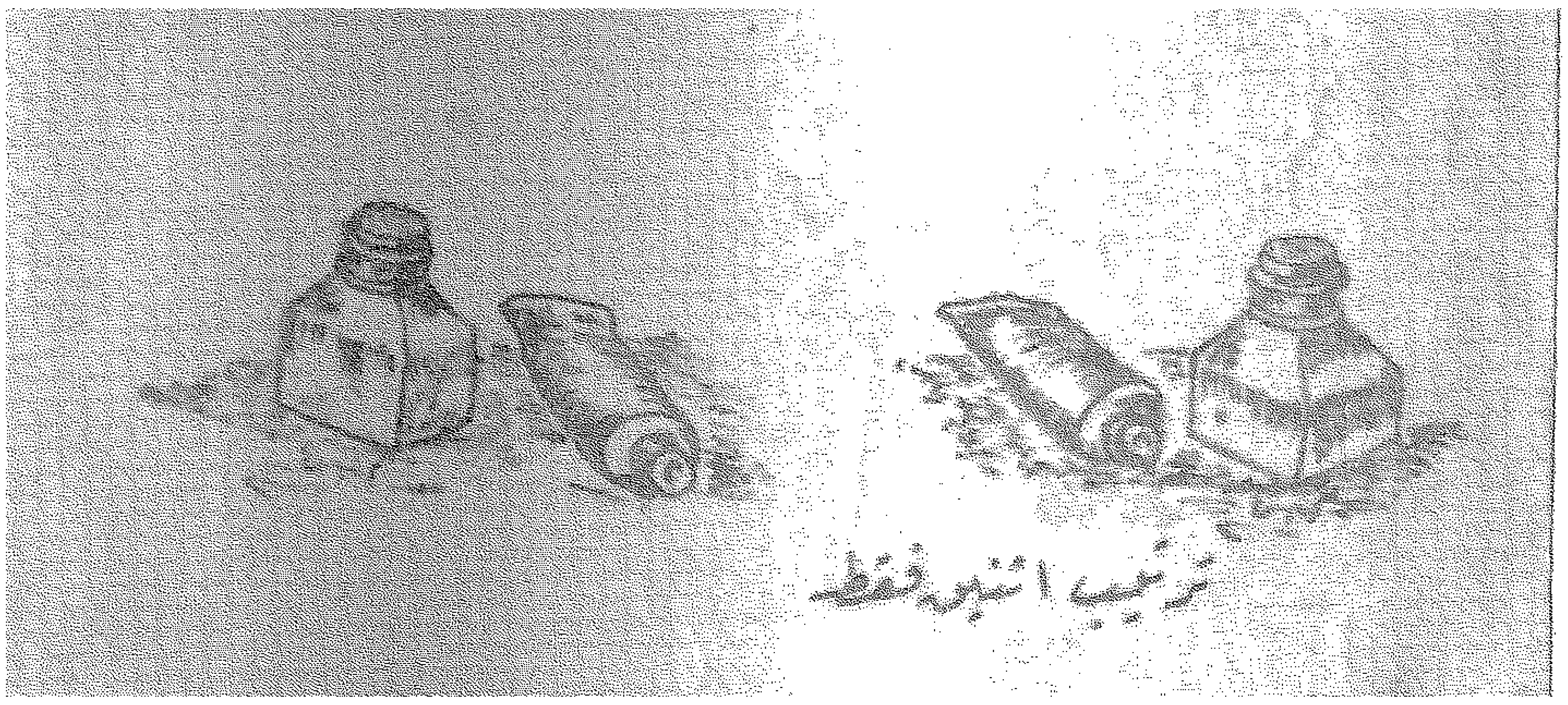
الغـــذاء المجانـــى

تجمع عشرة شبان فى امتحان الثانوية العامة فارادوا الاحتفال بهذه المناسبة على طعام الغذاء فى احدى المطاعم الكبيرة المشهورة ، وعندما دخلوا قاعة الطعام والتفوا حول المائدة اختلفوا فى ترتيب الجلوس على المقاعد فاقترح احدهم الجلوس حسب الحروف الابجدية واقترح آخر الجلوس حسب عمر كل منهم واقترح بعضهم الجلوس وفقا للطول وآخرين اقترحوا بالنسبة لدرجات النجاح واستمروا فى مناقشات طويلة حامية ولم لم ينتهوا الى حل مقبـــول .

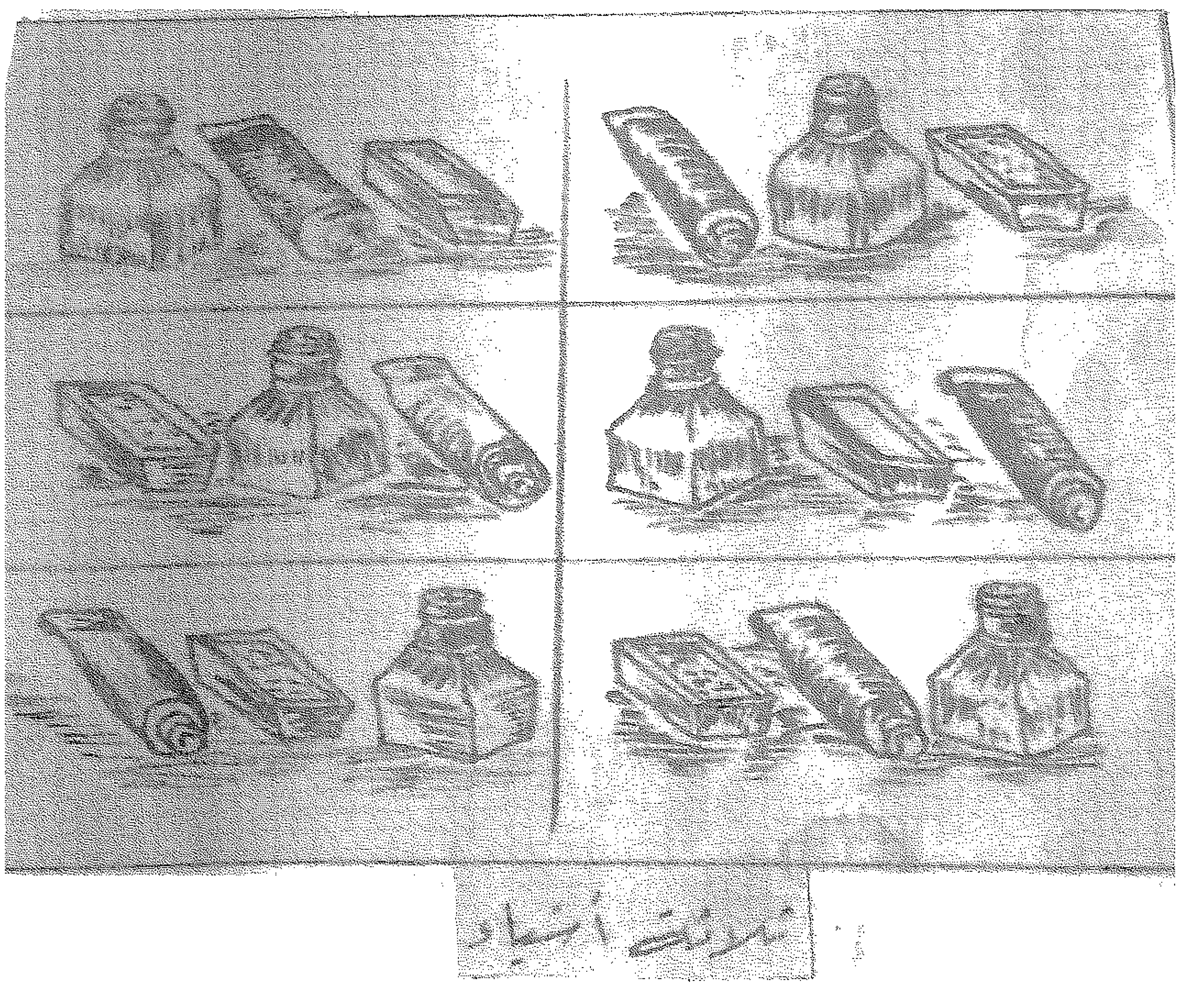
وكان السفرجى ينصت اليهم وفجأة صاح فيهم ايها الاصدقـــاء كفى مناقشة واجلسوا فى اماكنكم الحاليـة حيث انتم واقفون واستمعـــوا بانتباه الى ما اقول .

واحد منكم يسجل اماكن جلوسكـم الحالية واحضروا باكر واجلسوا فى اماكن مختلفة عن الحاليـة وبعد باكر احضروا واجلسوا فى اماكن مختلفـة عن اليومين السابقين واستمروا يوميا على هذا الحال كل يوم فى وضع مختلف غير متكـرر وعندما تنتهوا من جميع هذه الاوضاع المختلفة ويأتى اليوم الذى تجلسون فى مثل هذا المكان اعدكم انى اقدم لكم الغذاء على حسابى الخاص وتطلبوا ما تشتهون مجانا .

فوافقوا على هذا الاقتراح مسروريـــن .



ترتيب اثنين فقط



ثلاثة أشياء

واستمروا فى تكرار اوضاعهم منتظريـــن هذا اليوم ~~ولكن هذا اليوم~~

لكن هذا اليوم لن يأتى ابدا ، ليس بسبب انهم نقضوا وعدهم ولكن لوجـود

طرق كثيرة جدا مختلفـة لجلوس ١٠ رجال فى اماكن واوضاع مختلفة حول المائدة .

وعدد هذه الطرق يساوى ٣٦٢٨٨٠٠ وهذا يستغرق من الزمـــن

١٠٠٠٠ عام .

فهـل هذا معقول .

ربما لا تصدق ذلـك .

ولكن سنضرب لك مثلا للتبسيط بثلاثة أشياء : أ ، ب ، جـ

سنحاول فى هذا المثل ايجاد الاوضاع المختلفة لترتيب هذه الثلاث اشيـاء .

سنبدأ فقط بشيئين أ ، ب ونترك جـ جانبا موقتا نلاحظ ان هناك وضعـين

فقط أ ب ، ب أ لترتيبهما .

فاذا اضفنـا جـ اليهما فيوجد ثلاث طرق :

(١) اما ان تكون جـ خلف أ ب

(٢) " " " جـ قبل أ ب

(٣) " " " جـ بين أ ب

وعندنا زوجين أ ب ، ب أ

∴ عدد الاوضاع = ٢ × ٣ = ٦ اوضاع

ونتقدم رويدا ويكون عندنا اربعة اشياء أ ، ب ، جـ ، د

عندنا فى المثل السابق ٦ اوضاع فكم وضعا يزيد عندما نحاول

لك بالشيء الرابع د مع الستة اوضاع السابقة وهنا نرى :

١) نضع د خلف الثلاث اشياء

٢) " " امام " "

٣) " " بين الاول والثانى

٤) " " " الثانى والثالث

واخيرا يصبح عندنا :

٦ × ٤ = ٢٤ ترتيب

بما ان ٦ = ٢ × ٣

، ٢ = ١ × ٢

∴ يمكن كتابة التنظيمات كما يلى :

١ × ٢ × ٣ × ٤ = ٢٤

الان اذا اردنا ان نرتب خمسة اشياء فنحصل

١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ = ١٢٠

واذا كانت ستة اشياء فنحصل على

١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ = ٧٢٠

فنرجع الان الى موضوع العشرة رجال فيكون الاوضاع

١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ × ٧ × ٨ × ٩ × ١٠ = ٣٦٢٨٨٠٠

وعملية العدد دائما صعبة ولتسهيلها نفرض ان نصف العدد ٥ بنات

يرغبون الجلوس مع الرجال بالتبادل لمثل هذه الحالة تكون اقل ٠

دع احد الرجال يجلس على المنضدة ويترك الاربعة اماكن للبنات للجلوس

يكون هناك ١ × ٢ × ٣ × ٤ = ٢٤ طريقة للجلوس ٠

وحيث أنه يوجد ١٠ عدد كراسى فهذا الرجل يمكنه ان يجلس فى عشرة اوضاع مختلفة

فهناك ١٠× ٢٤ = ٢٤٠ وضع يمكن ان يجلس عليه الرجال حول المنضدة ٠ فكم

وضع يمكن للخمس بنات ان يشغلها فى الاماكن الشاغرة بين الرجال ٠

نلاحظ ١ × ٢ × ٣ × ٤ ×٥ = ١٢٠ وضع

بربط الـ ٢٤٠ وضع للرجال مع الـ ١٢٠ وضع للبنات نحصل على :

٢٤٠ × ١٢٠ = ٢٨٨٠٠ وضع

هذا اقل بكثير من ٣٦٢٨٨٠٠ للاوضاع التى كان يحاولها العشرة رجال وتستغرق

وقتا اقل من ٧٩ سنة وهذا يعطى فرصة لهم لتناول الغذاء مجانا اذا اراد الله للسفرجى

ولهم ان يعمروا مائة عام ٠

والان اذا طلب منك ان ترتب فزورة الخمسة عشر مربعا فى اوضاع مختلفة التى ورد —

ذكرها فى هذا الكتاب فتكون :

١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ × ٦ × ٧ × ٨ × ٩ × ١٠×١١×١٢×١٣×١٤×١٥

= ٠٠٠ ٣٦٥ ٦٧٤ ٣٠٧ ١

وايضا اذا كان عندنا فصل به ٢٥ تلميذا يتبادلون الجلوس فالاوضاع المختلفة لهم :

١ × ٢ × ٣ × ٤ × ٥ .... ٢٣×٢٤×٢٥

= ٠٠٠ ٠٠٠ ٩٨٤ ٩٨٥ ٣٣٠ ٠٤٣ ٢١٠ ٥١١ ١٥ وضع

ابــو النـــوم

كلنا يعرف ان شجرة الخشخاس (ابو النوم) ممنوع زراعتها فى الجمهورية العربية المتحدة ،وزهرة ابو النوم تحتوى على بذور صغيرة جدا جدا • وستعرف حاليا كم شجـرة تزرع من بذور شجرة واحدة • هذا ليس عاديا اذا كنت تعلم ان الزهرة الواحدة مـــن هذا النوع تحتوى على ٣٠٠٠ بذرة •

الجديد فى الموضوع انه اذا كانت هناك ارض فسيحة صالحة للزراعة حول شهورتنا هذه فان كل بذرة ستتحول الى شجرة فيصبح عندنا ٣٠٠٠ شجرة تزهر وتثمر فى موسم الصيـف تتحلى مزرعة كاملة من شجرة واحدة •

ماذا سيحدث بعد ذلك فان عدد البذور فى هذه المزرعة ستكون :

٣٠٠٠ x ٣٠٠٠ = ٩٠٠٠٠٠٠ بذرة

تصبح اشجارا بعد ذلك وتنتج فى الموسم الثالث للزراعة :

٩٠٠٠٠٠٠ x ٣٠٠٠ = ٢٧٠٠٠٠٠٠٠٠٠

فى الموسم الرابع تصبح

٢٧٠٠٠٠٠٠٠٠٠ x ٣٠٠٠ = ٨١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠

وفى السنة الخامســة

٨١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ x ٣٠٠٠ = ٢٤٣٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠

فاذا كانت مساحة سطح الكرة الارضية ١٣٥٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ متر مربع وهذا يساوى تقريبـا ٢٠٠٠ مرة اقل من عدد اشجار ابو النوم•

فاننا نلاحظ اذا زرعنا جميع حبوب هذا الشجر فان الاشجار ستغطــــى سطـح الكرة الارضية بمعدل ٢٠٠٠ شجرة في المتر • اليس هذا فظيع

وبالمثل اذا اخذنا شجرة الخس البرى وهى من النوع كثير البذور والتى تنتـج فى المتوسط ١٠٠ بذرة فى السنة فاننا نحصل :

فى نهاية السنة الاولى	١	شجـرة
« « « الثانية	١٠٠	«
« « « الثالثة	١٠٠٠٠	«
« « « الرابعة	١٠٠٠٠٠٠	«
« « « الخامسة	١٠٠٠٠٠٠٠٠	«
« « « السادسة	١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠	«
« « « السابعة	١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠	«
« « « الثامنة	١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠	«
« « « التاسعة	١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠	«

ولولا ان نسبة كبيرة من هذه البذور تتلف بطريقة أو باخرى لغطـت هذه الاشجار وغيرها وغيرها سطـح الارض •

الاعداد الضخمة فى حياتنا :

المقصود بالاعداد الضخمة هى الاعداد التى حولنا وفى داخلنا ويجب ان نعرفهـا أو نلم بها مثل السماء التى فوقنا او الرمال التى تحت اقدامنا والهواء حولنا والدم الذى فى جسمنا كل هذا الذى يهمنا •

وفى مجال الفراغ الجوى مثل عدد النجوم فى السماء وبعد بعضها عن بعض وبعدها عن الارض وأحجامها وأوزانها واعمارها نرى اعدادا ضخمة بـل اعدادا خيالية يمكن ان نطلق عليها الاعداد الفلكية وبعض الفلكيين يرون بعض الاجرام السماوية صغيرة ولكنها فى الحقيقة من وجهة نظر الانسان العادى ضخمة جدا لدرجة لايتصورها العقل فمجموعتنا الشمسية بها بعض الكواكب قطرها عدة كيلومترات قليلة يعتبرها الفلكيون صغيرة جدا ولكنها صغيرة اذا قورنت بغيرها من الاجرام السماوية التى تكبرها •

فلاحظ مثلا اكتشف أخيرا كوكبا قطره ثلاث كيلومترات ويمكن هندسيا حساب مساحة سطح هذا الكوكب وهى تساوى ٢٨ كيلومتر مربع يساوى ٢٨٠٠٠٠٠٠ م٢ نفرض أن المتر المسطح يمكن ان يشغله ٧ رجال يقفون بجانب بعض فاننا نستطيع ١٩٦٠٠٠٠٠٠ رجل أن يقفوا على سطح هذا الكوكب الصغير جدا •

والرمال المنتشرة فى الصحراء وعلى شواطئ البحار والتى يضرب بكثرتها الامثال فتقول مثل رمال الصحراء وغيرها من الامثال

وفى الايام الغابرة كانت هناك فكرة ان عدد نجوم السماء مثل عدد رمال الصحراء •

وقديمـــا قبل ان يكتشف التليسكوب كان الانسان عندما يتأمل السمـــاء

يستطيع ان يرى حوالى ٣٥٠٠ نجم ـ وحبات الرمال على شواطىء البحـــار

تشر ملايين المرات من النجوم التى يمكن ان يراهـــا بعينيـه .

والهواء الذى نستنشقـه ونتنفسه اذا اخذنـا سنتيمتر مكعب واحد يحتـوى

ى ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٢٧ ذرتها اضخـم هذا العدد خاصـــة

ذا ربطناه بالعدد الضخـم من سكان الكرة الارضيـة فالحال اذا يحتـــاج

ى فراغ واسع جدا : وفى الحقيقة الغلاف الهوائـى التى يحيـط بالارض يســـاوى

٥٠٠ مليون كيلومتر مربع ويساوى بالامتار المربعة :

٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٥٠٠ متر مربع

فاذا قسمنـــا ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٢٧ بالعـــــدد

٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٥٠٠ فالنتيجة تساوى ٥٤٠٠٠ وهذا يعنى وجـــود

٥٠٠٠٠ شخص للمتر المربـع .

وقلنا أن الانسان يحمل فى داخله أعدادا ضخمـة من هذه الاعداد توجد

ى دمـه فاذا فحصنـا نقطـة دم تحت الميكروسكوب فاننا نرى عددا ضخما من كـرات

لدم الحمراء تظهـر على هيئـة اقراص متركزه فى الوسـط لها نفس الحجم وتساوى ٠٠٧ر

لليمتر فى القطـر ٠٠٢ر ملليمتر فى السمـك ويوجد منها اعداد ضخمة يســـاوى

٠٠٠ ٠٠٠ ٥ كرة فى نقطة صغيرة جدا من الدم فى حجـم واحد ملليمتر نقـط اذا فما

لو عدد الكرات فى جسـم الانسان ؟

يوجد بجسـم الانسان حوالى $\frac{1}{14}$ لتر من الدماء بالنسبة لوزنه بالكيلوجـرام

الانسان الذى يزن ٤٠ كيلوجرام به ٣ لتر دم (٠٠٠ ٠٠٠ ٣ ملليمتر مكعب)

فى جسمه ما يساوى :

٥ ٠٠٠ ٠٠٠ x ٣ ٠٠٠ ٠٠٠ = ١٥ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ كرة حمراء .

لكسر فى ١٥ ٠٠٠ ٠٠٠ مليون كرة دم حمراء اذا عملنا منها سلسلة .

فان طولها = ١٠٥ ٠٠٠ كيلومتر .

طويلة جدا لدرجة انها تلف حول محيط الكرة الارضية ثلاث مرات .

وكرات الدم الحمراء تلعب دورا هاما تنظيميا فى حياتنا فهى تحمل الاكسجين لجميع اجزاء جسمنا — فهى تمتصه عندما تمر بالرئتين وتوزعه على انسجة الجسم اثناء الدورة الدموية .

وكلما صغرت الكرات وزاد عددها كلما كانت افضل لاداء عملها بالجسم فتساعد هذه الصفات على زيادة مسطح هذه الكرات التى تهيء لها امتصاص وتوزيع الاكسجين والاعداد اظهرت ان مساحاتها فى اغلب المرات اكبر من مساحة جسم الانسان الف مرة فهى تساوى ١٢٠٠ متر مربع تساوى مساحة حديقة طولها ٤٠ متر وعرضها ٣٠ متر .

وهناك عدد ضخم ايضا خاص بغذاء الانسان فاذا أخذنا رجل عمره ٧٠ سنة فكم من اطنان المياه والخبز واللحم والسمك والخضروات والبيض واللبن وغيرها تأننا نتعجب كيف يبتلع الانسان كل هذه الكميات الضخمة من المأكولات فى حياته .

****

طرائف وفوازير والغاز عدديـة

(١) من يعد أكثر ؟

شخصان احدهما واقف على باب المنزل والاخـر يسير على الرصيف ذهابا وايابا ـ يعدون المارة لمـدة ساعة كاملـة • من الذى عد أكثر ؟

(٢) الجد والابن الاكبر

فى عام ١٩٣٢ كان عمرى يساوى الرقمين الاخيرين من عام مولدى قالها الابن الاكبر لجده ولكن الجد استغرب وقال ان نفس الشئ ينطبق عليه ايضا . هل هذا معقول ؟ انه معقول •
فكم عمر كل منهما فى عام ١٩٣٢ •

(٣) تذاكر السكة الحديد

يعتقد الناس ان عمل بائع تذاكر السكة الحديد سهل ولكنهـا عمليـة صعبة •

فتصور كم تذكرة يمكن بيعها فى محطة صغيرة يقع على خط هـذه السكـة ٢٥ محطة فقـط تختلف تذاكرها من محطة لاخرى ذهابا وايابـا •

فهل تعرف كم نوع من التذاكر يمكن توافرها فى هذه المحطـة الصغيرة لتفى بالمطلوب •

(٤) عيدان الكبريت

اخرج رجل عيدان علبة كبريت وقدرها ٤٨ عودا وكومها ثلاثة اكوام

واجرى هذه التغيرات •

اخذ عدد من العيدان من الكوم الاول مساويا لعدد العيدان فى الكوم

الثانى فوضعهم على الكوم الثانى •

ثم اخذ من الكوم الثانى عددا من العيدان مساويا لعدد العيدان

فى الكوم الثالث وأضافهم للكوم الثالث •

واخيرا اخذ من الكوم الثالث عددا مساويا لنعدد فى الكوم الاول ه

واضافهم للكوم الاول •

وعلى ذلك اصبح عدد العيدان متساويا فى كل كوم •

فهل تعرف كم كان العدد الاصلى لكل كوم قبل التغيير؟

(٥) الاعشاب السحرية

فى يوم من الايام قابل رجل قروى رجلا رجلا عجوزا أثناء سيره فى

احدى الغابات وبعد ان تسلما وتصادقا قال الرجل العجوز للقروى

انه يوجد فى هذه الغابة منطقة صغيرة بها نوع من الحشائش

السحرية ــ فهى تعطى للانسان كل ما يطلب •

حقا أهى تفعل ذلك ــ قال القروى ــ وكيف ذلك ؟

فرد عليه العجوز أنها مثلا تضاعف الاموال ! فاذا وضعت حافظة نقودك وسطها وبها عدد معين من النقود فعند اخذها ستجد ان النقود التى كانت بها تضاعفت أليس هذا غريبا ؟

فقال القروى هل يمكننى ان اجرب ذلك ؟

فقال العجوز بكل سرور .

فقال القروى كيف ذلك ؟

فقال العجوز أنا سارشدك الى المكان .

وعندما قال القروى للعجوز انه لايوجد معه نقود كثيرة رفق به العجوز وقال له انه فى كل مرة يضاعف المبلغ سيأخذ منه فقط ١٢٠ قرشا .

وعندما توغلا بعيدا فى الغابة ووصلا الى منطقة الحشائش السحرية عندها أخذ حافظة نقود الفلاح ووضعها وسط جذور الحشائش بعد فترة طويلة مكث العجوز يبحث فيها عن حافظة النقود ووجدها وعد ما بها فوجدا ان المبلغ قد تضاعف حقا ! فسر جدا الفلاح واعطى العجوز ١٢٠ قرشا ثم اعاد المحاولة مرة ثانية وعندما اعيدت الحافظة وجدا ان المبلغ تضاعف أيضا واخذ العجوز مكافأته وهى ١٢٠ قرشا وعندما حاولا ذلك للمرة الثالثة تضاعف المبلغ فعلا وعندما أخذ العجوز مكافأته ١٢٠ قرشا لم يبق شيئا من النقود فى الحافظة وفقد الفلاح الفقير جميع امواله . هل يمكنك ان تعرف ما هو المبلغ الذى كان موجودا أصلا فى حافظة الفلاح ؟ .

(٦) الطائــــــرة

ابتدأت طائرة محلقة فوق مدينة القاهرة الطيران في الاتجاه الشمالي مباشرة لمسافة ٥٠٠ كيلومتر عندها حولت الاتجاه شرقـــا وطارت لمسافة ٥٠٠ كيلومتر بعد اتجهت نحو الجنوب وطارت ٥٠٠ كيلومتر ثم اتجهت نحو الغرب وطارت ٥٠٠ كيلومتر ثم هبطت .

أيــن هبطت الطائرة شمال او جنوب او شرق او غرب القاهرة ؟

(٧) الظــــــل

هذه المسألة عن الطائرة السابقة ــ أيهما أطول الطائرة المحلقة في الجو أم ظلها .

بعضكم يقول ان الظل اطول من الطائرة لان انتشار اشعة الشمس مروحـــي اليـــس كذلـك ؟

والبعض الاخر يقول ان انتشار اشعة الشمس متوازيا . وفي هـــذه الحالـة يكون الظل مساويـا للطائرة .

٨) ديسمبر

ديسمبر هو الشهر الثاني عشر من السنة هل تعرف ذلك ؟

فهذه الكلمة مأخوذة من الاغريقية " ديكا – "Dika") وهي

تعني عشرة وعليه فكلمة ديكالتر معناها عشر لتر وغيرها من الكلمات •

واذن فكلمة ديسمبر معناها العاشر كما يظهر وهي في الواقع

ليست كذلك •

فهل يمكنك ان تفسر ذلك ؟

(٩) فزورة حسابية : طلب أ من ب ان يكتب أي عدد من ثلاثة ارقام مختلفة

ثم طلب منه ان يكتب نفس العدد بجوار السابق وأصبح عند ب ٦ ارقام • ثم

قال له اعطي الورقة للجالس بجوارك جـ وهو يجلس بعيدا عن أ •

دع جـ يقسم العدد على ٧

بعد القسمة أعطي الناتج لجارك د ولا تذكر لي النتيجة

ودع د يقسم الناتج على ١١ •

ثم اعطي الورقة لجارك هـ ودعه يقسم الناتج على ١٣ ولكنه

لم يجد الا أرقاما بسيطة تقبل القسمة على ١٣ •

وقال له طبق الورقة حتى لا أرى النتيجة واعطني اياها وبدون ان يفتح الورقة

ذكر له العدد الذى كتبه أصلا حقا هذا هو الرقم الذى كتبه ب !!

فهل تعرف ذلك ؟

(١٠) بيع البيض

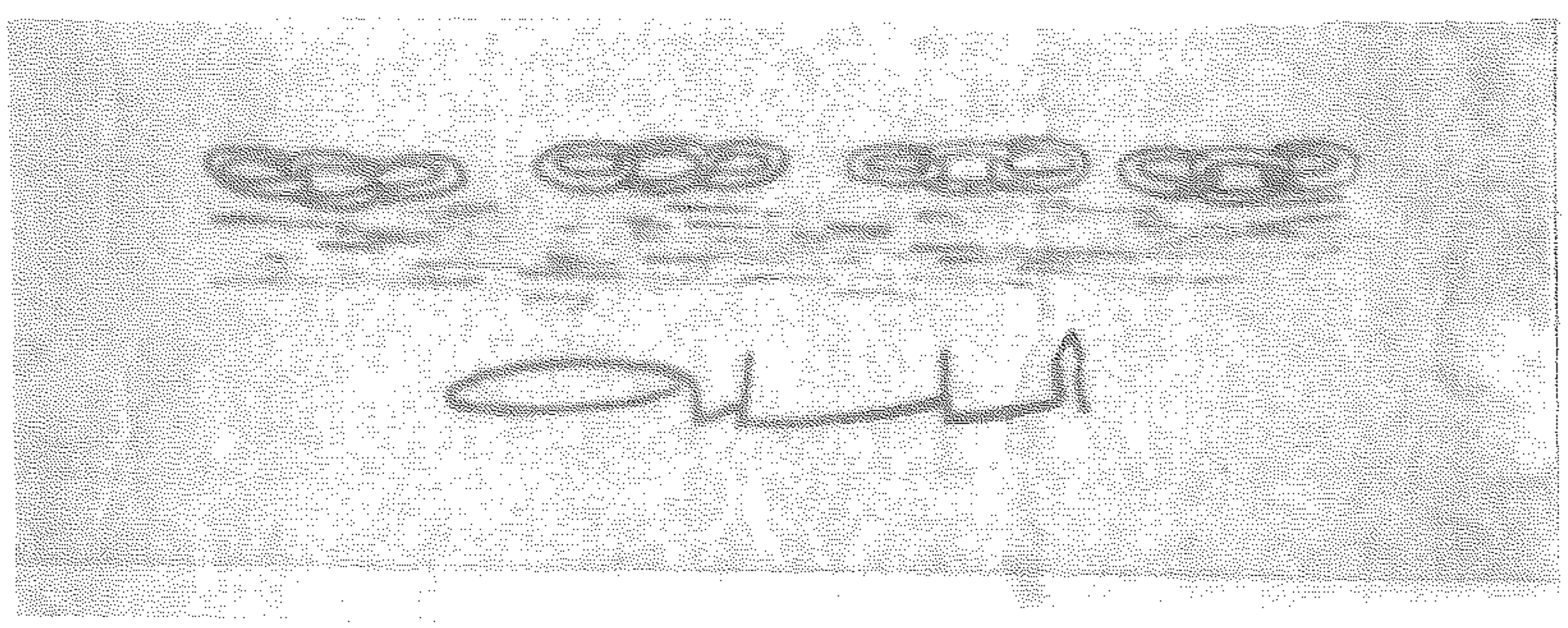
كانت احدى الفلاحات ترغب في بيع ٩٠ بيضة فى حاجه الى ثمنها فأرسلت بناتها الثلاث الى السوق لبيعها واعطت البنت الكبرى وهى اذكاهن عدد ١٠ بيضات والبنت الوسطى ٣٠ بيضة والبنت الصغرى ٥٠ بيضة وقالت لهم حيث ان البنت الكبرى اذكاكن فيجب ان تبيع العشرة بيضات بنفس ثمن الثلاثين بيضة التي مع الوسطى ويجب ايضا ان تبيع الوسطى الثلاثين بيضة بنفس ثمن الخمسين بيضة التي مع الصغرى اى ان الاثمان الثلاثة تكون متساوية وبشرط الا يقل الثمن عن ٩٠ قرشا للتسعين بيضة .

ما هى الطريقة ؟

(١١) السلسلة

اذا اعطيت سلسلة مقطعة الى خمسة اجزاء متساوية كل جزء مكون من ثلاثة حلقات والمطلوب ربط هذه الاجزاء لوصل سلسلة سيهديك التفكير لفك أربعة حلقات .

هل يمكن عمل ذلك بعدد اقل من ذلك ؟





(١٢) بيض الدجاج والبـــــط

السلال الموضحـــة مملوءة بالبيض وكل سلة عليها عدد البيض الموجود بها فاذا بعنا احد هذه السلال فالذى يبقى يكون عدد بيض الدجاج ضعف عـــــدد بيض البط ٠ فما هى السلة التى ستباع وما هو عدد بيض الدجاج وعدد بيـــــض البط الباقى ؟

(١٣) الطيـــــــــــارة

تقطع الطيارة المسافة بين أ ، ب فى ساعة وعشرين دقيـقة ذهابـــــا وفقـــط ٨٠ دقيقـــة فى العودة كيف تفســـر ذلـــك ؟

(١٤) الابـــوين والابنـــين

أراد ابوين أن يكافئـــا ابنيهمـــا فأعطى احدهمـــا ابنه ١٥٠ قرشـــا واعطى الاخر ١٠٠ قرش وعندما عدا الابنين نقودهمـــا وجدا انهما اصبحـــا اغنياء معــــا فقـــط بمبلغ ١٥٠ قرش فكيف تفســر ذلك ؟

(١٥) أصغـــر كســـر

ما هو اصغر كسر يمكن كتابته مكون من رقمين فقـــط ويساوى واحد ؟

(١٦) رقـــم (١)

اكتب واحد " ١ " باستعمال جميع الارقام غير المكررة

(١٧) الخمس تسعات

اكتب عشرة (١٠) باستعمال خمس تسعات

اكتبها فى ابسط صورها .

(١٨) العشرة ارقام

اكتب ١٠٠ باستعمال العشرة ارقام غير المكررة . وكم طريقة

تستعمل فى التعبير عن ذلك؟

(١٩) الطرق الاربعة

اوجد الاربعة طرق لكتابة عدد ١٠٠ باستعمال خمسة ارقام .

(٢٠) واحد اربع مرات

ما هو اكبر عدد يمكن ان يكتب باستعمال واحد اربع مرات ؟

(٢١) (١٠٠٠) الالف

هل يمكن كتابة الالف (١٠٠٠) باستعمال رقم ٨ / ثمانية

مرات مع الاستعانة بعلامات الحساب .

(٢٢) عـــدد ٢٤

.. يمكنك كتابة عدد ٢٤ باستعمال رقم ٨ ثلاث مـــرات

وهل يمكنك كتابته ايضا باستعمال ثلاثة ارقام اخرى ؟

(٢٣) عـــدد ٣٠

يمكن كتابة عدد ٣٠ باستعمال الرقم ٥ ثلاث مرات ومن الممكن

كتابتها باستعمال ارقام اخرى — حاول ايجادها بمدة طويلة •

(٢٤) الارقـــام المفقودة

في عملية الضرب التالية عبر عن بعض الارقام بحرف " س " هل

في استطاعتك ان تجدها ؟

س ١ س

٢ س ٣

س ٣ س

س ٢ س ٣

٥ س ٢ س

---

٣٠ س ٨ س ١

(٢٥) مثالا آخر

٥ س س

س س ١

٥ س س٢

٠ س٣ ١

س س س

س ٧ ٢ س ٤

(٢٦) وأيضا في القسمة

س ٥ س ٢ س	٣٢٥
س س س	س س ١
٥ س ٠ س	
س س٩ س	
س ٥ س	
س ٥ س	

(٢٧) القسمة على ١١

اكتب عدد مكون من ٩ ارقام غير متكررة تقبل القسمة على ١١

اكتب اكبر واصغر عدد من هذه الاعداد

(٢٨) **الضـــــرب**

انظـــر لهذه العملية البسيطة

٤٨ × ١٥٩ = ٧٦٣٢

يلاحـظ ان هذه التسعـة أرقام غير متكـررة ٠

هل يمكن ان تعمل مثلها ؟

(٢٩) **التسعـة ارقام مع مجموع ٢٠**

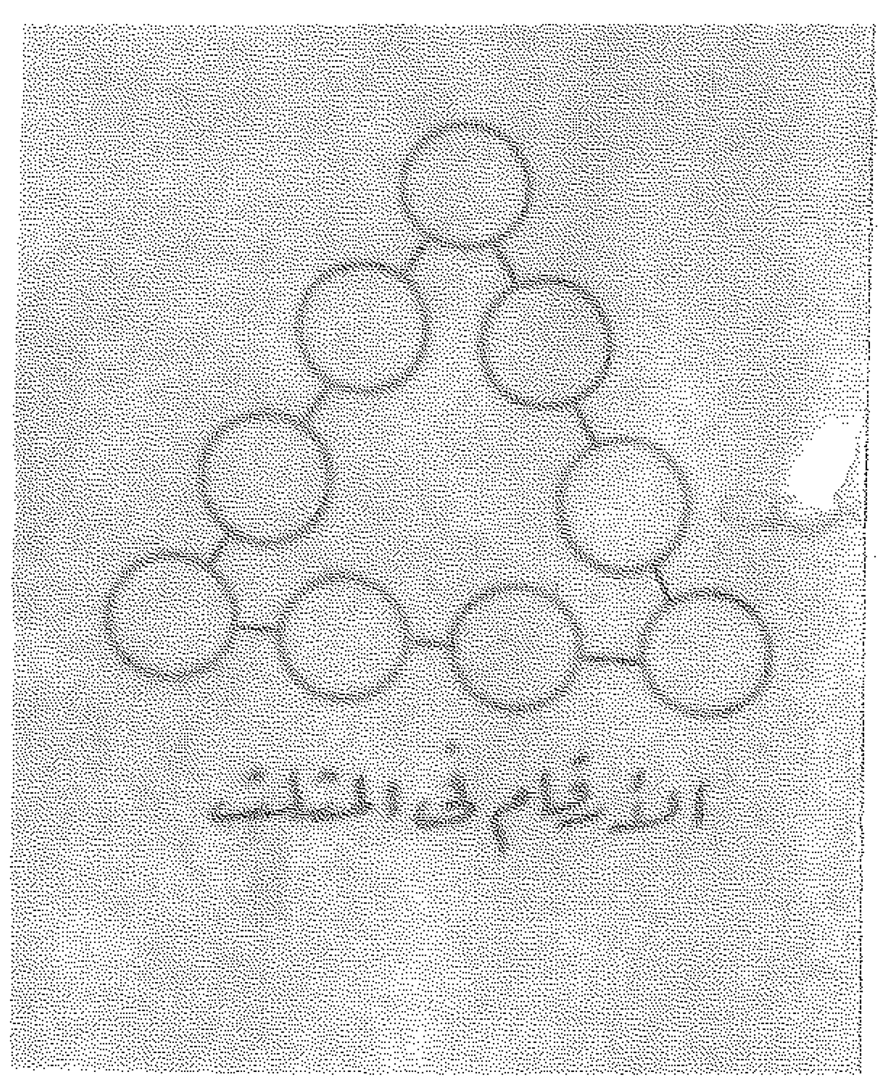
اكتب التسعة ارقام الغير مكررة فى هذه التسع دوائر بحيـث

يكون المجموع فى كل صف يساوى ٢٠

(٣٠) **التسعـة ارقام مع مجموع ١٧**

اكتب التسعة ارقام الغيرمكررة فى الدوائـر التى على شكل مثـلث

بحيث يكون مجموع كل صف فى هذه الحالة يساوى ١٧ ٠



الأرقام فى المثلث

(٣١) النجمـــــــــــة

مجموع كل صف من هذه الستة صفوف التي تشكل النجمة متساوي

٤ + ٦ + ٧ + ٩ = ٢٦

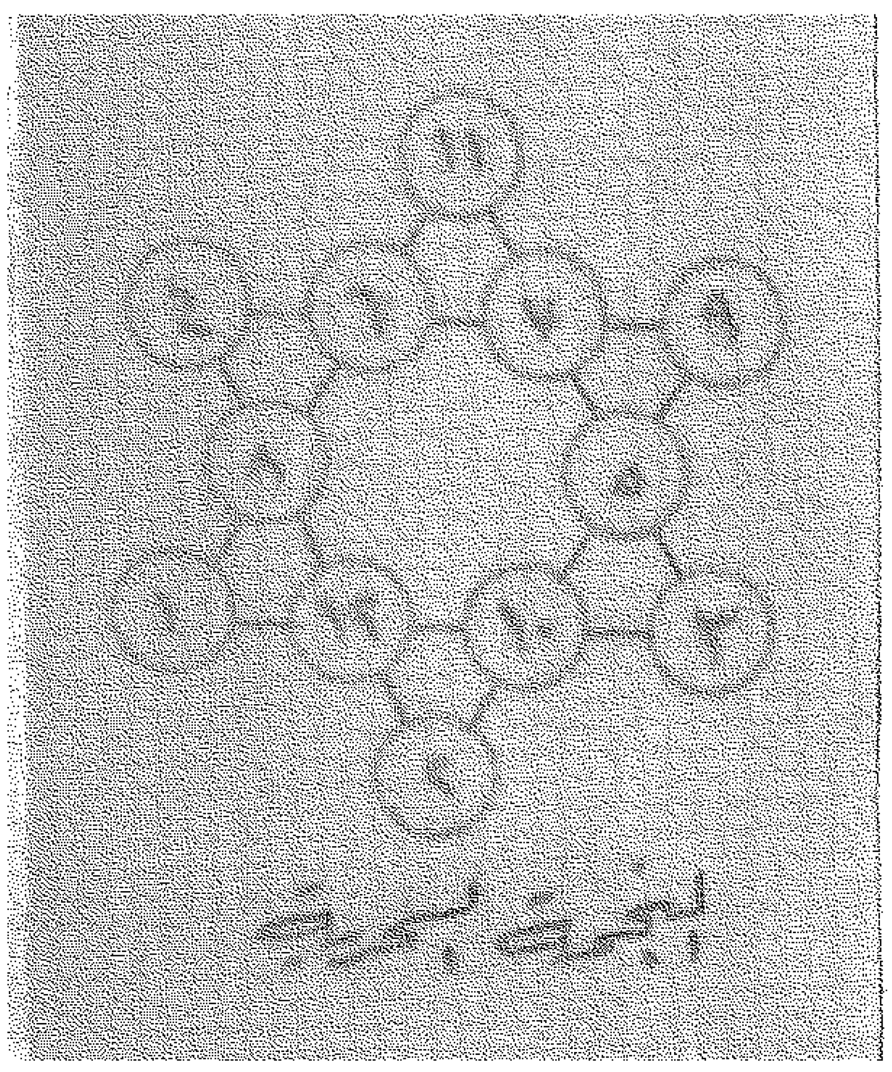
٤ + ٨ + ١٢ + ٢ = ٢٦

٩ + ٥ + ١٠ + ٢ = ٢٦

١١ + ٦ + ٨ + ١ = ٢٦

١١ + ٧ + ٥ + ٣ = ٢٦

١ + ١٢ + ١٠ + ٣ = ٢٦



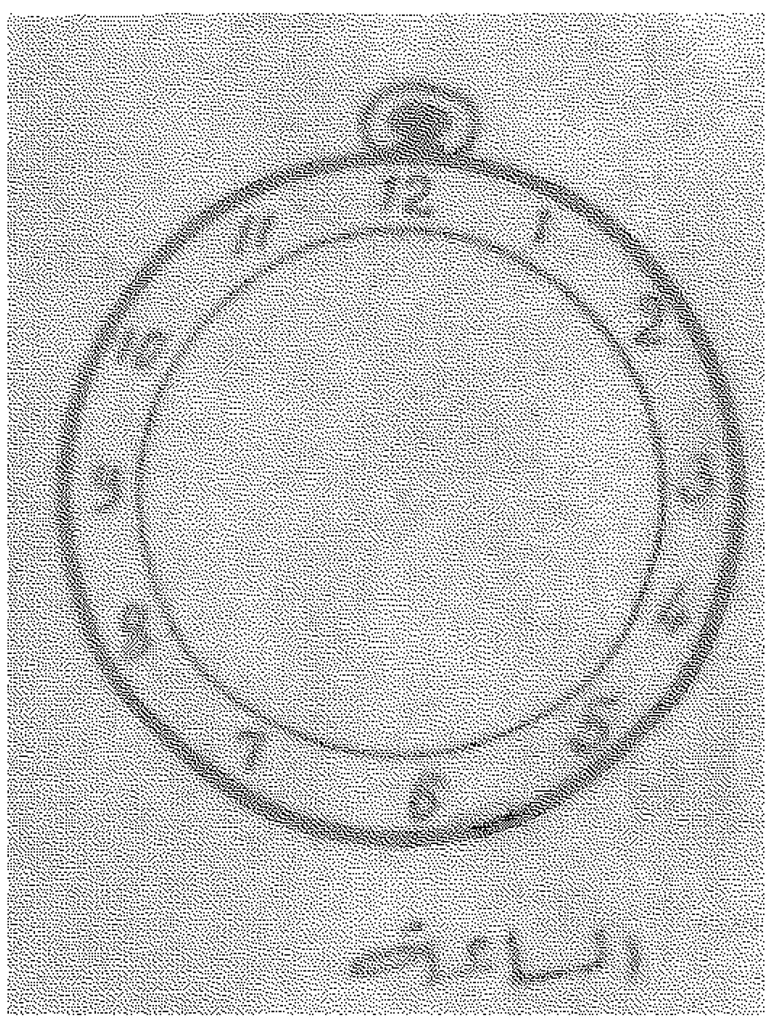
ولكن مجموع الاطراف الستة مختلف ويساوي :

٤ + ١١ + ٩ + ٣ + ٢ + ١ = ٣٠

هل يمكنك التحكم في الارقام بأي طريقة بحيث يكون المجموع في كل صف وفي الاطراف يساوي ٢٦

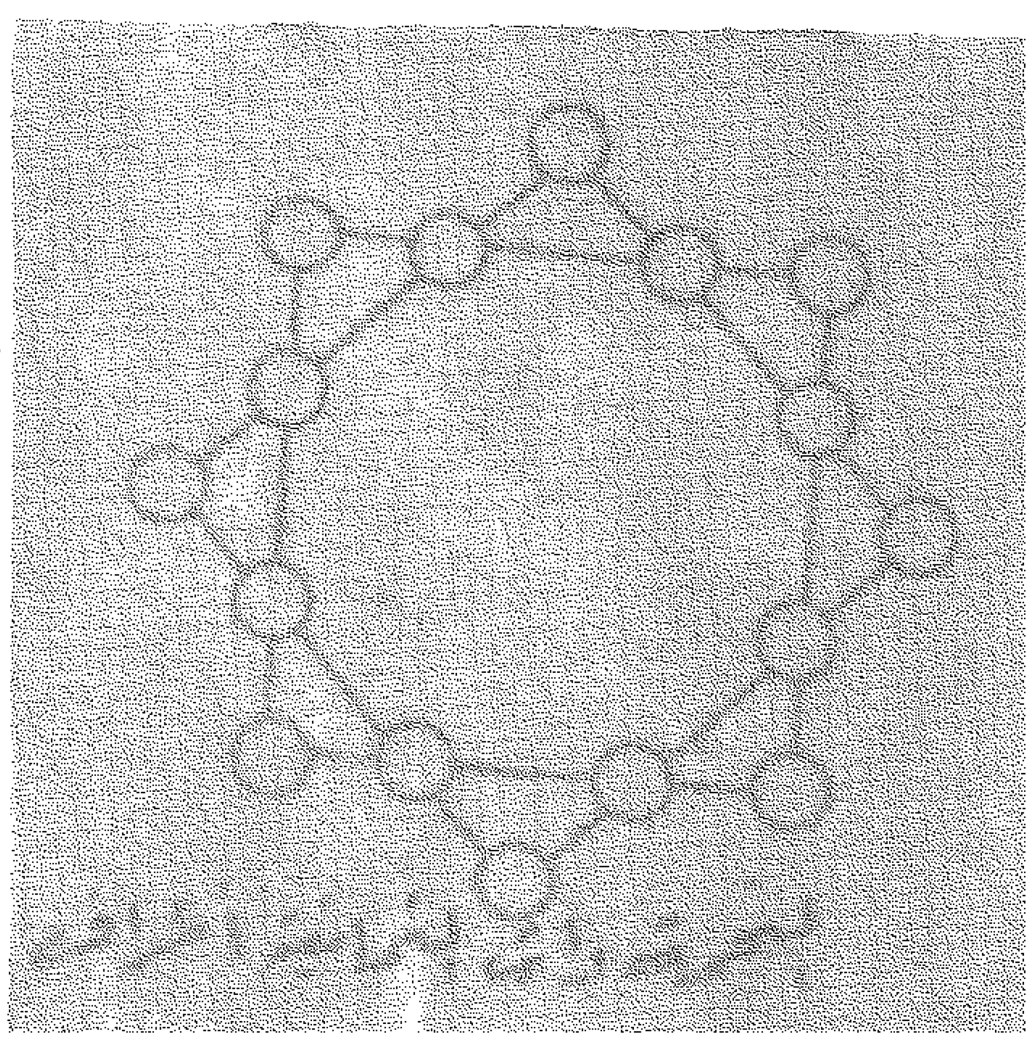
(٣٢) وجه الساعة

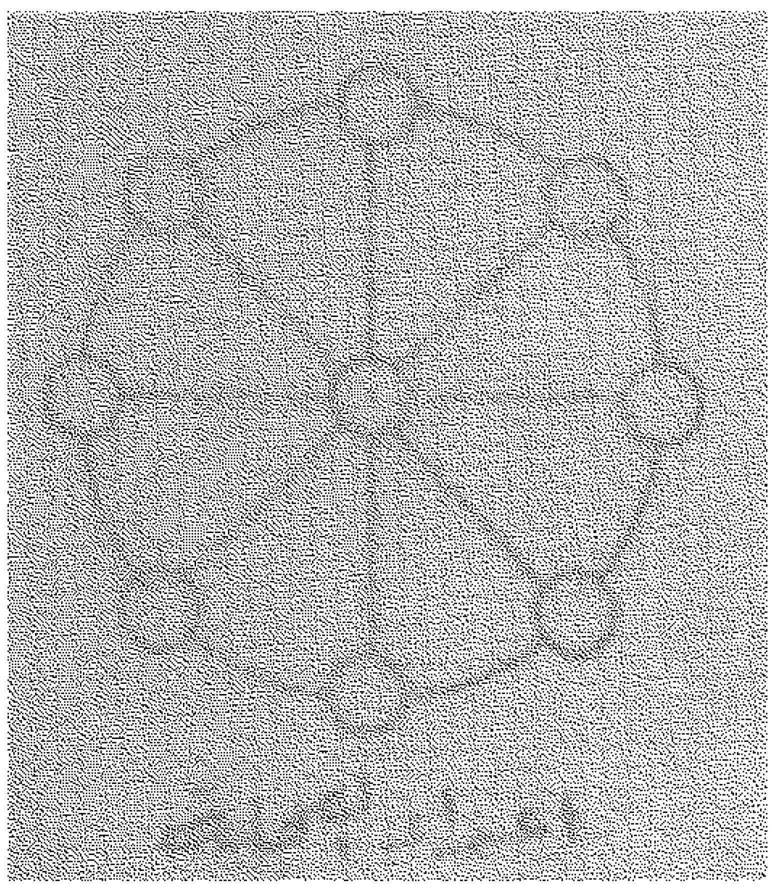
مطلوب منك ان تقطع وجه هذه الساعة
الى ستة اجزاء بأي شكل بشرط ان يكون
مجموع الارقام في كل جزء متساويا .



(٣٣) النجمة ذات الثمانية اطراف

املأ الدوائر فى هذه النجمة بارقام
من ١ الى ١٦ بأي طريقة بحيث يكون
المجموع فى كل ضلع من اضلاع المربعات يساوى
٣٤ وكذلك يكون مجموع الاربعة اطراف من
كل مربع .





(٣٤) ارقـــام العجلــــة

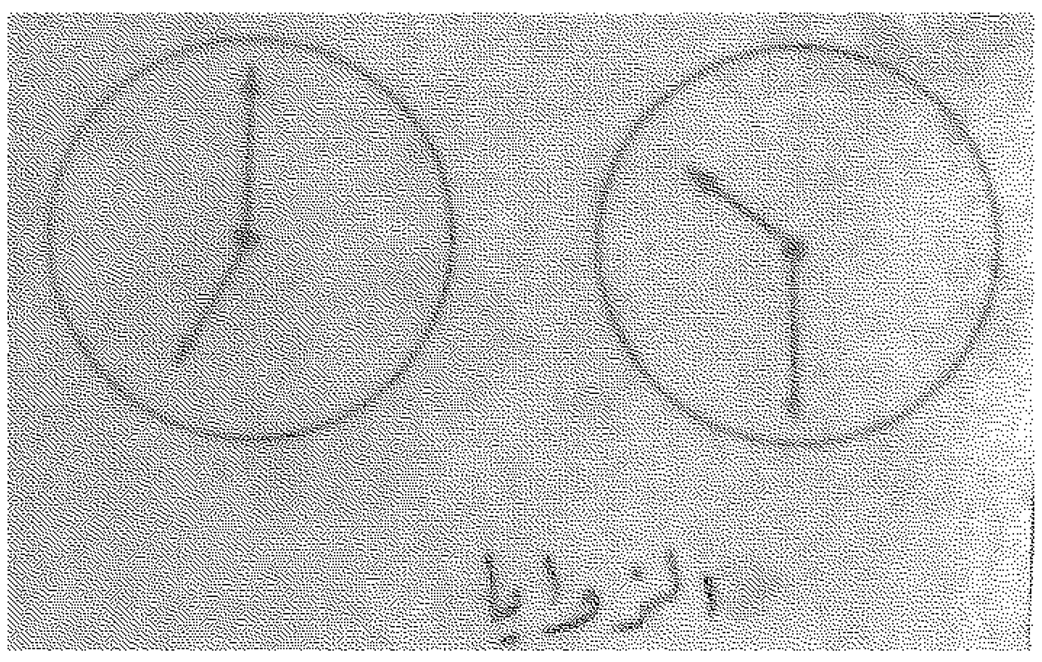
رتـــب الارقام مـــن ١ الى ٩ على أن يكون

احدهـــا فى الوســط والباقى فى الدوائــر الاخرى •

بحيـــث يكون مجموع الثلاث دوائـــــــــر

التى على قطـــر واحد مساويـــا للمجمـــــــوع

على اى قطـــر آخـــر ويكون يساوى ١٥ •



(٣٥) الزوايـــــــــــا

ما مقدار الزاويـــة المحصورة بـــين عقربـــى

الساعة بالدرجـــات بـــدون الاستعانـــــــة

بادوات هندسيـــة •

(٣٦) عنـــد خط الاستـــواء

اذا كنت تستطيع ان تسير على الكرة الارضية على مدار خط

الاستواء • فأعلى نقطة فى رأسك تصنع دائرة محيطها اكبر من محيط

الدائرة التى تصنعها رجليك • ما مقدار الفرق بين المحيطين ؟

(٣٧) ستة صفوف

سمعت عن لعبة التسعة احصنة التي وضعت في عشرة اسطبلات

هناك واحدة شبيهة لها

مطلوب تنظيم ٢٤ رجل في ستة صفوف بحيث يكون في كل صف ٥ رجال .

الارقام المفقودة في القسمة

(٣٨) اكتب الارقام المفقودة في هذه العمليات

أ ـ ٤ س س س س س س س | س س س

س س س | س س ٤ س

س ٤ س س

س س س س

س س س س

س ٤ س

س س س س

س س س س

ولها عدة طرق للحل

(٣٩) ب ـ اكتب الارقام المفقودة فى هذه الحالة :

س س س س س س س ٧ س س | س ٧ س س س س

س س س س س س | س س ٧ س س

س ٧ س س س س س

س س س س س س س

س س س س ٧ س

س س س س ٧ س

س س س س س س س

س س ٧ س س س س

س س س س س س

س س س س س س

---

(٤٠) ما طـــــول

ما طــول شريـــط من المليمترات المربعة تحصل عليها من متر مربع اذا وضعت جنبـا الى جنب ؟

(٤١) وايضــــــا

ما هو ارتفاع عمود صنع من المليمترات المكعبة تحصل عليهـا من متر مكعب اذا وضعت فوق بعض؟

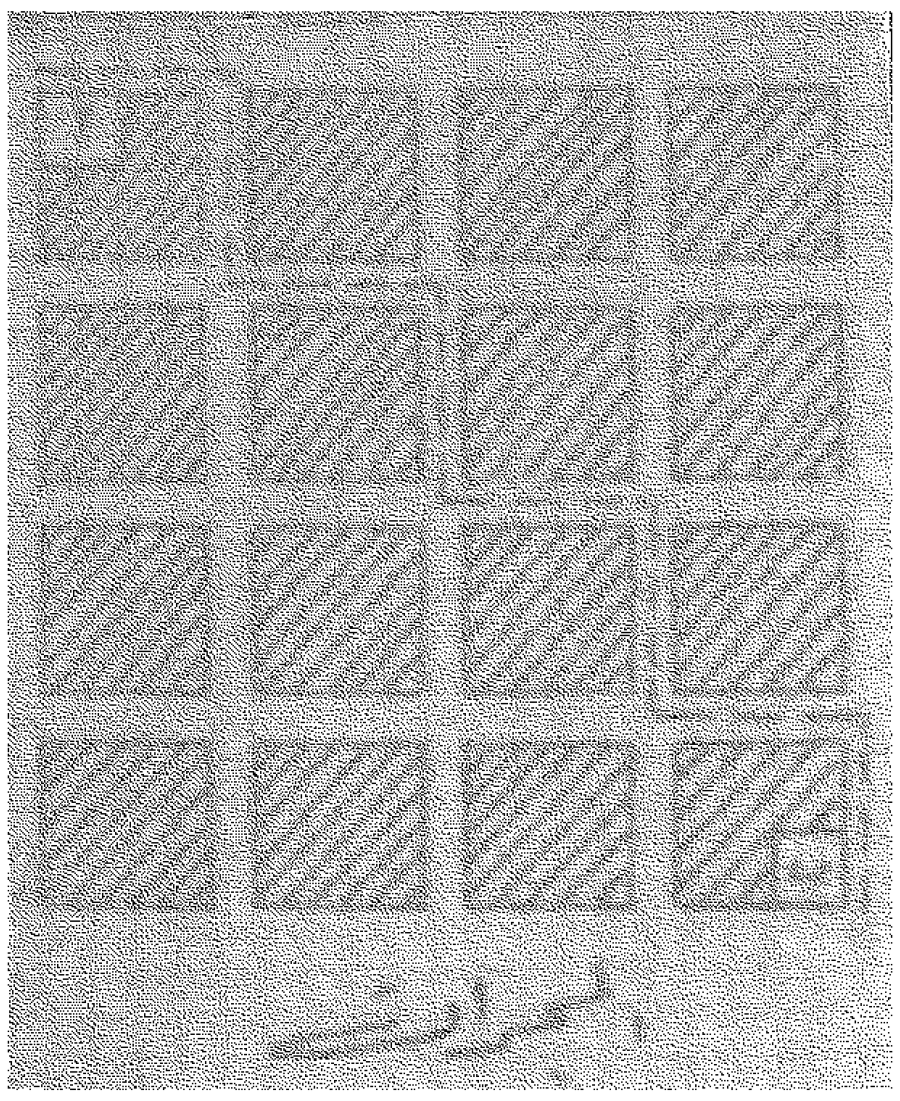
(٤٢) الطائـــــرة

صورة طائرة بعرض ١٢ متر وكانت تطير رأسيا ، وكان عمـــق آلـة التصويـر ١٢ سم فحصل على صورة بطول ٨ مم ٠

فكـم كان ارتفاع الطائرة لحظة التصوير؟

(٤٣) مليون مـــــرة

شيء يزن ٨٩٫٤ جرام احسب الوزن بالطـن لمليـــون وحده من هذا الشيء ؟



(٤٤) عـــدد الطـــرق

الخـــط المنقـــط هو مسار ا لكى يصل الى ب وهذا

الحقل المتداخل بالمربعات المزروعة — وليس هذا خط السـيـــر

الوحيـــد لكى يصل ا الى ب •

كـــم طريقـــا آخـــر لـــه نفس الطول ؟

(٤٥) البلـــــــى

عشرة مجموعات من البلى كل مجموعة تتكون من عدد متـــاوى

من الوحدات وجميع البلى متساوى فى الحجم واللون الا أن ٩ مجموعات

منها وزن البلية الواحدة فيها يساوى ١٠ جم ومجموعة واحـــــدة

وزن البليـــة ٩ جم•

هل يمكـــن ان تعـــرف المجموعـــة ذات الـــوزن

الخفيـــف بشـــرط أن تعـــرف ذلـــك من وزنـــــه

واحـــدة فقـــط ؟

(٤٦) المزارع وصاحب الارض

انفق مزارع مع احد الملاك على أن يعطيه آخر العام $\frac{١}{٣}$ المحصول الذى تغلــه الارض بدلا من الايجار النقدى • وقــــد اضطر المزارع ان يبيع ١٨ أردبـــا من محصول القمح قبل قسمتــه فلما كان يوم الحساب لاحظ صاحب الارض نقصا كبيرا فى المحصــــول ولكن المزارع ابتدره قائلا " لن اخدعك ياسيدى ــ لقد اضطــررت الى بيع ١٨ اردبا لتسديد دين عاجل • ولذلك فانني ساستبعـــد ستة اراد ب (وهى تعادل $\frac{١}{٣}$ الكمية التى باع بها المزارع) مـــن المحصول قبل قسمته لاضافتها الى نصيبك منها •

هل تحسب أننى أبله ان اردبين من هذه الاراد ب الستـة من حقى ــ ولذلك ينبغى ان تستبعد ثمانيـة اراد ب لا ستة • امرك ياسيدى ــ فليكن ما تريـــد •

هل كان هذا الحل عادلا ؟

ومن الذى افاد منه المزارع ام المالك ؟

(٤٢) الفيلســـوف أوجســت

كان الفيلسوف الانجليزى " أوجســت مرجان " ادا سئــل عن سنه أجاب :

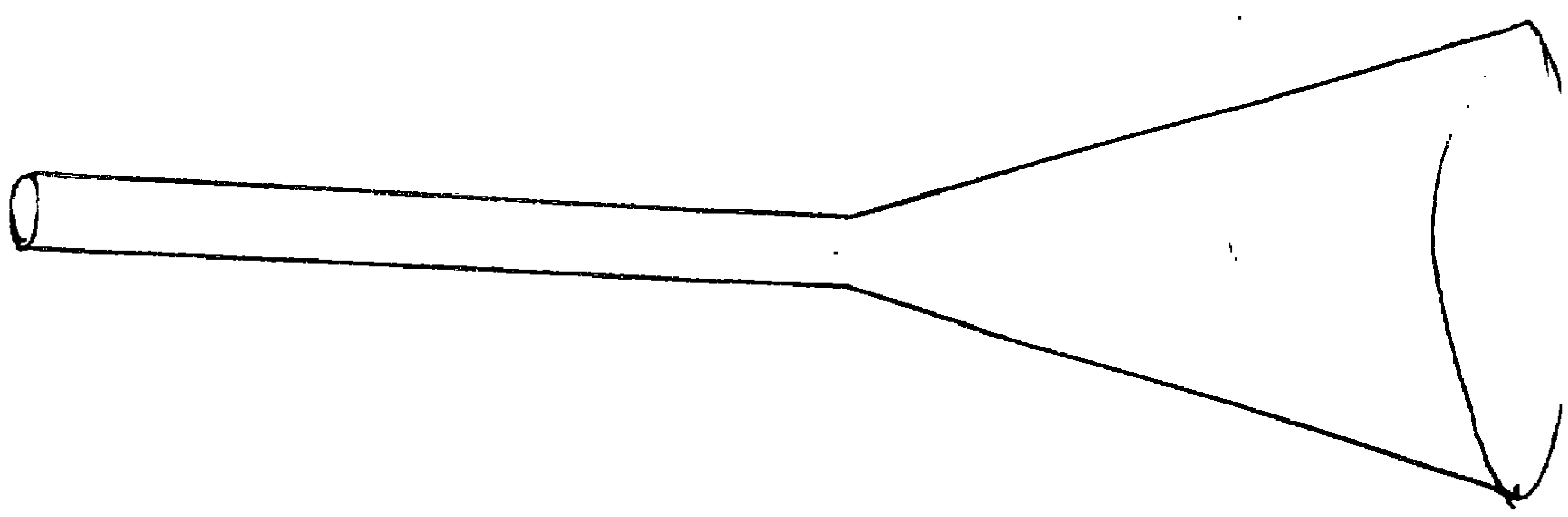
عمرى س فى السنة س٢

كـــم كان عمره حين مات عام ١٨٧١ ٠

(٤٨) الانبوبـــة المسحوبـــة

تمر المياه فى انبوبـــة طولها خمســة اقدام وشكلها كالموضــح بالرســم وقطرهـــا عند الطرف الواسع ست بوصـات وعنـــد الطرف الضيـــق بوصـــة واحدة ٠

فهـــل تكون سرعة الماء عند احد الطرفين اكبر منهـــا فـــى الطرف الاخر ام ان السرعـة تظل واحدة عند طرفيها ؟



٤٩) دقـــة واحـــدة

قال لي صديق : عندي ساعة حائط تدق الساعات بعددها

وتدق كل نصف ساعة دقــة واحدة وفي الليلة الماضيـــة •

لحظة ان دخلـت المنزل حتى دقـت الساعة دقـة واحـدة •

ولم تمض نصف ساعة حتى دقت دقة واحدة للمـــرة الثانيـــة

واذا كنت افكـــر في تحليل هذا الامـــر دقت مرة اخـــرى

دقـــة واحدة •

ولما كنت متعبـا مكدورا لم استطـــع ان انهـــــــض

من مكاني لرؤيـــة الساعة • فذهبــت الى مخدعــي واستلقيـــت

على فراشـي وقبل ان تغمض عيناي سمعتها تدق دقـة واحـــدة

للمرة الخامســـة •

فبماذا تعلل هذه الظاهرة

هـــل كان صديـــق مخمـــــورا ؟

ام كانت الساعة مختلـــــة ؟

(٥٠) البحـــــارة

طاف ثلاثـــة من الملاحـــون باحدى جزر الهند الشرقيـــة وظلوا ساعات يجمعـــون ثمار جوز الهنــــد ولما حان المســاء استقلوا تحت شجرة ضخمـــة صادف ان كان فوقهـــا قـــــرد صغير واتفقوا على تقسيـــم ما جمعوه من ثمار عندما يستيقظـــون من النوم فى الصباح •

وأثناء الليل نهض احدهم وقسم الثمار الى ثلاثة اقســـــام متساوية فبقيت منها ثمرة قذف بها الى القرد • ثم اخذ قسما منهـــا واخفاها وعاد الى مكانه واستغرق فى النوم • وبعد فترة استيقـــــظ بحاراً آخر وفعل نفس ما فعله زميله الاول وهكذا فعل البحـــــار الثالث •

وفى الصباح اقتسم البحارة الثلاثة الثمار الباقية فزادت ثمـــرة اعطيت للقرد •

ما اقل عدد من الثمار يحتمل ان يكون مقدار ما جمعـــــــــوه

حاول ان تعرف الجواب فى حالة ما اذا كان عدد البحارة ٤ ، ٥

(٥١) التفـــاح

وزع عدد من التفاح على عدة أطفال — واتبعت الطريقة الآتية :

أعطى الطفل الأول تفاحة واحدة مضافاً إليها $\frac{1}{10}$ عدد التفاح الباقي وأعطـــي

الطفـــل الثاني تفاحتان مضافاً إليهمـــــا $\frac{1}{10}$ عدد التفاح الباقي وأعطـــي

الطفل الثالث ٣ تفاحات + $\frac{1}{10}$ عدد التفاح الباقي .

وهكذا حتى تم توزيع التفاح كلـــه .

ولقد لوحظ أن الأطفال أخذوا بهذه الطريقة مقادير متساوية من التفاح

فكم كان عدد الأطفال ؟ وكم كان عدد التفاح ؟

(٥٢) القاضـــــي

اعتادت زوجة القاضي — وهما في بلدة نائية — أن تستقبل زوجها

بعربتها بالمحطة في الساعة الخامسة مساء كل يوم . وكانت العربة تقطع المسافة

بين المنزل والمحطة في ساعة كاملـــة .

وذات يوم انتهى القاضي من عمله قبل الموعد المعتاد فاستقل قطـــاراً

بلغ المحطة في تمام الساعة الرابعة — ولم ينتظر القاضي زوجته بل ســـــار

في طريقـه إلى المنزل . وبعد أن مشى بعض الوقت صادف زوجته بالعربـــــة

فركب معها واتجها نحو المنزل فلما بلغاه لاحظا أنهما وصلا قبل الموعـــــد

المعتاد بعشر دقائق . فكم من الوقت مشى القاضي قبل أن صادف زوجته ؟

(٥٣) الاسمـــــاء

شهد احدى الحفلات نائب وسمسار ومحام وطبيب وكانت أسماؤهم (غير مذكورة على الترتيب) على ، حسن ، محمود ، حامد ، ولـــم يكن كل من على والسمسار على وفاق مع محمود أولا حسن فكان صديقا حميمــا للطبيب وكان محمود يمت بصلة القرابة للمحامى كما كان النائب صديقا لكل من حامد والطبيب فهـــل فى وسعك أن تعرف الاسماء الحقيقية لكل مـــن الطبيب والمحامى والنائب والسمسار؟

(٥٤) ثقـــل الرمـــل

أيهما أثقل : (١) كوب من رمل جاف
(٢) " " " مبتل

(٥٥) الصواريـــــخ

الصاروخ لايستطيع ان يتحرر من جاذبية الارض الا اذا بلغت سرعته
أ ـــ ٤ اميال فى الدقية ب ـــ ٤٠ ميلا فى الدقيقـــة .
جـ ـــ ٤٠٠ ميـــلا فى الدقيقـــة .

ايهمـــا صـــح ؟

(٥٦) ماسورة المـــــاء

ماسورة ماء قطرها بوصة وماسورة أخرى قطرها بوصتان وضعت

كلتاهمـــا على ترعة واحدة ، فهـــل تكون نسبة ما تصبــــــــه

الاولى من الماء الى ما تصبــه الثانيــة النصــف ام الثلث ام الربع ؟

(٥٧) اختيـــار سكرتـــيرة

احتاجت شركة الى سكرتيرة جديدة وكلف المدير أحد خبراء علم النفس

بامتحان المتقدمات واستدعى الخبير ثلاث فتيات من المتقدمات في وقت واحد

القـى عليهن هذا السؤال : ما هو مجموع ٢ + ٢ اجابت الاولـــى

= ٤ واجابت الثانية = ٢٢ والثالثة : ممكن ٤ وممكن ٢٢

وعاد الخبير يروى للمدير ما حدث وهو يقول لعلك اقتنعت بفائدة علم النفس

ان الفتاة الاولى القت الجواب الطبيعــى والثانية شكت فى الامر والثالثــة

جمعت بين الاثنين ـــ ما رأيك أيهن ستختار ؟

(٥٨) الخيط

طلب طفل من والدته قطعة خيط ليلعب بها فقالت له والدته

انك اخذت ولم يبق شيئا يذكر من الخيط لاستعماله فى المنزل .

فسبق ان اخذت نصف الخيط

واخوك اخذ نصف الباقى للسنارة

والباقى وهو قصير أخذ منه والدك نصفه .

وأخذت اختك $\frac{٢}{٥}$ الباقى للعبتها .

ولم يبق الا ٣٠ سم يمكنك ان تأخذها لتلعب بها

فهل يمكنك معرفة الطول الاصلى لهذا الخيط ؟

(٥٩) الجوارب والقفازات

فى صندوق واحد يوجد ١٠ اجواز جوربا بنى و ١٠ اجواز أخرى سوداء

وفى صندوق ثانى يوجد نفس العدد من القفازات البنى والسوداء فكم عدد

الجوارب والقفازات التى يمكن لاى شخص ان يأخذها من الصندوقين لاختيار

جوز من الجوارب وجوز من القفازات من نفس اللون ؟

(٦٠) الاجــــــر

اجرى مضافا اليه الساعات الاضافية فى الاسبوع الماضى كان ٢٥٠ قرشا
واجرى الاصلى فوق الساعات الاضافية ٢٠٠ قرشا فكم اتقاضى بدون ساعـــات
اضافيــــة ؟

(٦١) التحليــــــق

حلق رجل فى السماء بمعدل ١٠ كيلومترات فى الساعة حتى وصـــل
الى نقطــة معينة فى الساعة ١ بعد الظهر فاذا حلق بسرعة ١٥ كيلومــــتر
فانه يصل فى الساعة ١١ صباحا .

فكم تكون سرعته حتى يصل الســـاعة ١٢ ظهرا ؟

(٦٢) العاملــــون

كان اثنين من العمال أحدهما كبير فى السن والاخر صغير يسكنـــــون
فى منزل واحد ويعملون فى مصنع واحد .

وكان العامل الصغير يقطع المسافة من المنزل الى المصنع
فى ٢٠ دقيقــة فى حين ان العجوز كان يقطعها
فى ٣٠ دقيقــة

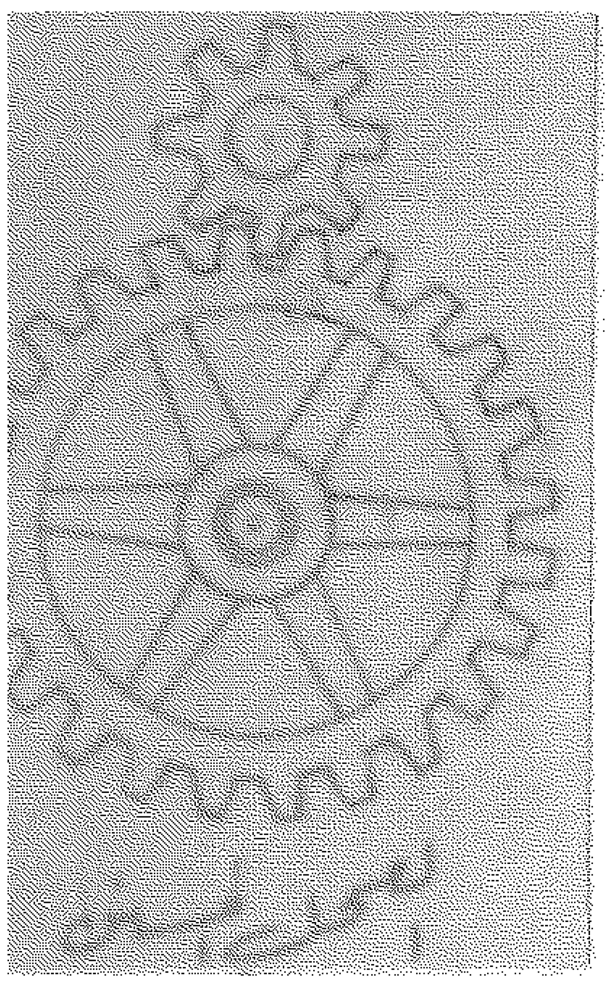
فاين يقابل العامل الصغير العامل الكبير اذا خرج الكبير قبـــــل
الصغير بخمســة دقائـق .

(٦٣) الكتابة على الالــة الكاتبــة

طلب من بنتين ان يكتبا تقريرا هاما • وكانت البنت النشطـــــة تنهى مثل هذا التقرير فى ساعتين فى حين ان زميلتها فى ٣ ساعـــات فكم من الزمن يمكن ان يستغرقاه لتنهو هذا التقرير فى اقصر وقت ممكـــن اذا قسماه بطريقــة خاصــة •

مثل هذه الفوازيــــر تحل بايجاد الاجزاء التى يمكن أن يتمهـــا كل من البنتين فى ساعة واحدة ثم يجمع الجزأين ثم تقسم " ١ " علــــى المجمـــوع •

فهــل يمكنـــك ان تحلهـــا بطريقـــة جديدة ؟



(٦٤) العجلـــة المسننـــــة

عجلــة صغيرة ذات ثمانية اسنان تعمل مع عجلة كبيرة مسننة ذات ٢٤ سنة فكم مرة تلف العجلــة الصغيرة حول محورها لتديــر العجلة الكبيرة مرة واحدة ؟

(٦٥) كم عمـــــــــره

سئل رجل عن عمره فقال :
خذ عمرى منذ ثلاث سنوات واضربه فى ٣ ثم اطرح منه ثلاث مرات عمرى منذ الثلاث سنوات بعدها يمكنك معرفة كم عمرى •

فهل تعرف عمره ؟

(٦٦) **واحـــدة اخـــرى**

سئل رجل آخر عن عمره

فقال ان عمره منذ ثمانية اعوام كان ثلاثة مرات عمر ابنه

هذا صحيح

فهل تعرف عمـــره ٠

(٦٧) **الشـــراء**

كان معى ٥ اجنيه اوراق وايضا ريالات (٢٠ قرشا عملة نقديـــة)

عندمـــا ذهب لشراء بعض الحاجيات وعندما عدت وجدت ان ما معى من

الاوراق ذات الجنيه الواحد مثل ما كان معى من الريالات ذات العشرين

قرشا وايضا ما بقى معى من العملة النقدية يساوى ما كان معى مـــن

ورق البنكنوت٠

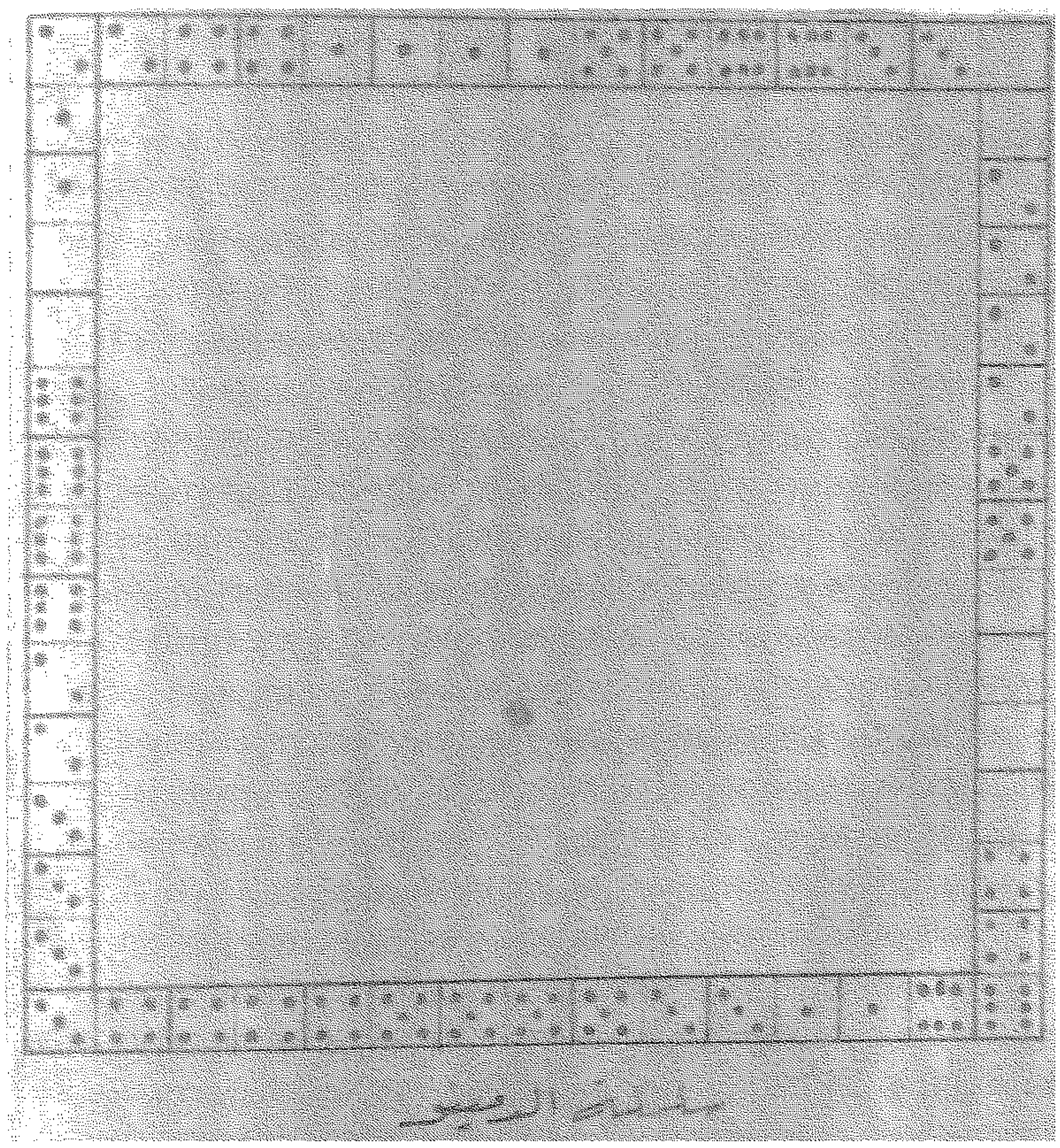
باختصار انى رجعت ومعى $\frac{1}{3}$ ما كان معى عندما ذهبت

للشراء فكم انفقت فى الشراء ٠

(٦٨) **سلسلة الدمينو**

هل يمكنـــك ترتيب قطع الدمينو فى سلسلة ؟

مع ملاحظـــة اصول اللعب ؟



(٦٩) طرفي السلسلة

السلسلة ذات ٢٨ قطعة تبدأ بخمس نقط فكم عدد النقط التي في طرفها الاخر؟

(٧٠) فزورة الدومينو

اخذ احد اصدقائك قطعة من قطع الدومينو بدون ان تعرف ما

هي وطلب منك ان ترتب ٢٧ قطعة الباقية في سلسلة •

وعندما حاولت ذلك وجدت ان هذا ممكنا •

والغريب في ذلك ان صديقك دون ان يرى السلسلة •

يمكنه ان يذكر لك عدد النقط التي في طرفي السلسلة •

كيف عرف ذلك وكيف رتبت ال ٢٧ قطعة ؟

(٧١) البرواز

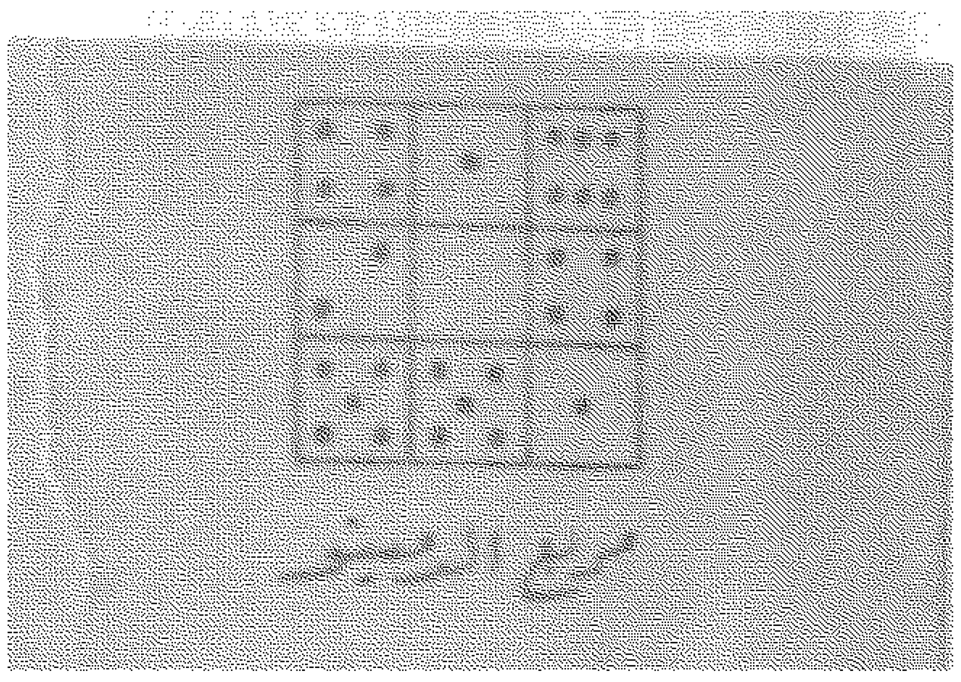
البرواز في الصورة على شكل مربع من قطع الدومينو مراعيا في ذلك اصول

اللعب والجوانب متساوية في الطول ولكنها غير متساوية في عدد النقط

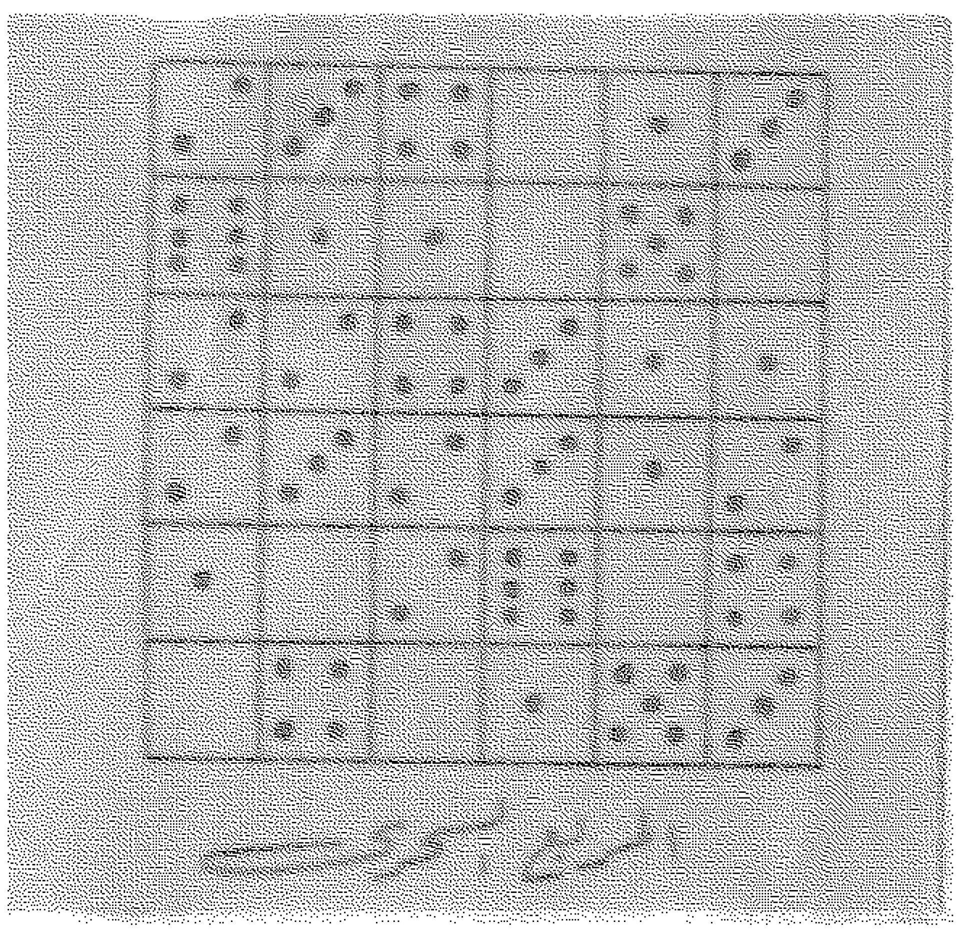
حيث ان مجموع نقط الصف العلوي والضلع الايسر يساوي ٤٤

والضلعان الاخران ٥٩ ، ٣٢ هل يمكنك ان تصمم بروازا مربعا

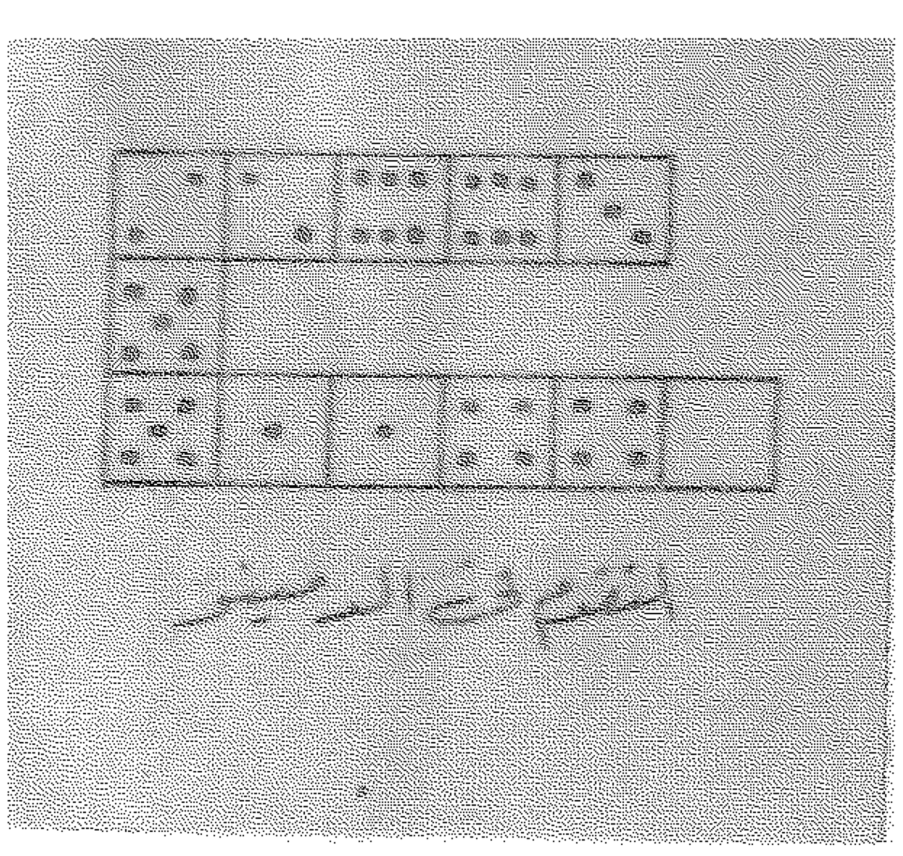
بحيث يكون مجموع كل ضلع يساوي ٤٤ نقطة ؟



مربع الدومينو



المربع السحري



المقام في الدومينو

(٧٢) السبعة مربعـــات

اذا امكنــك ان تبنى باربعة مربعا من قطع الدمينو كما هو موضح بالشكل بحيث يكون عدد النقط متساويا فى كل ضلع ويساوى ١١ نقطـــة •

فهـــل يمكنــك ان تبنى سبعة مربعات من ٢٨ قطعة دمينو؟

(٧٣) المربع السحـــــــرى

هذا المربع السحرى يحتوى على ١٨ قطعة من قطع الدمينـــو الساحر فيه ان فى كل صف ١٣ نقطة فى الصفوف الرأسية والافقية والقطرية رتب عدة مربعات سحرية لكن بعدد نقط اخرى متساوية فى الصفـــــوف مع ملاحظة ان اكبر رقم فى عدد النقط المتساوية هو ٢٣ وأقلها ١٣ •

(٧٤) التدرج فى الدمينـــو

فى هذا الشكل عدد ٦ قطع من الدمينو مرتبة حسب اصـــــول اللعب بزيادة تصاعدية مقدارها واحد فى كل قطعة وعدد ٤ نقط فـى القطعة الاولى ويمكن ترتيب ٦ قطع اخرى ترتيبا تصاعديا او تنازليا •

(٧٥) الخمسة عشر مكعبا

وهى لعبة مشهورة عبارة عن صندوق به مكعبات متحركة

عددها ١٥ مكعبا الثلاث عشر مكعبا الأولى موضوعة بنظام اما

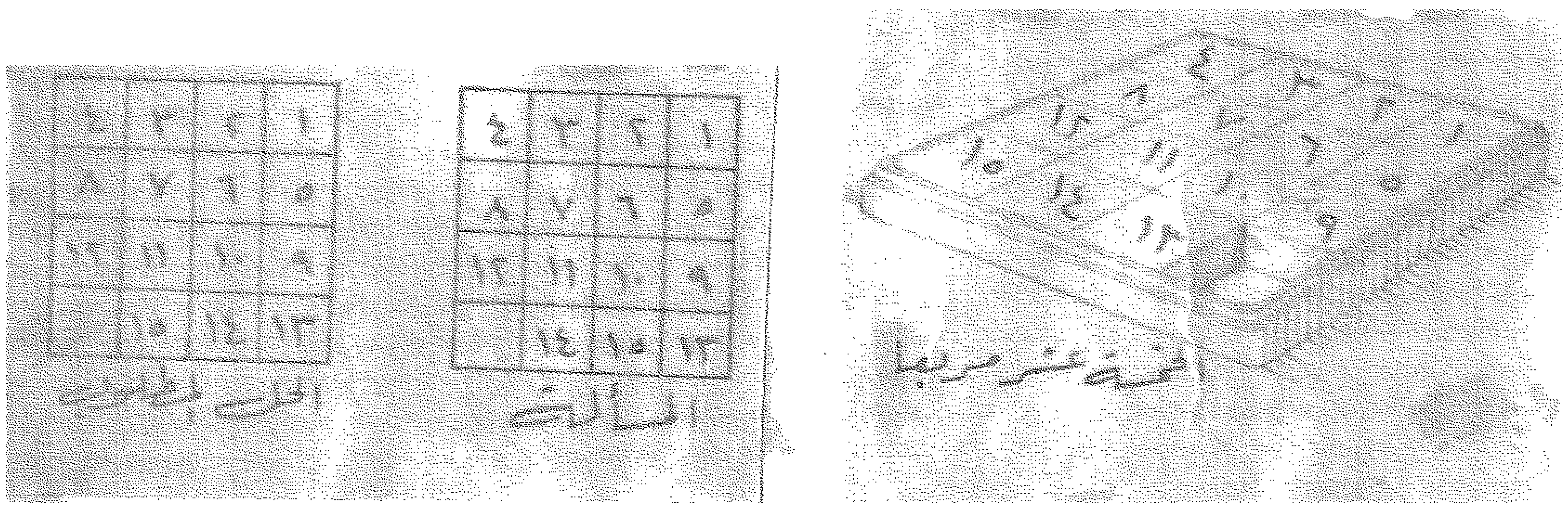
المكعبان الاخيرات فموضوع المكعب رقم/١٥ قبل المكعب رقم/١٤

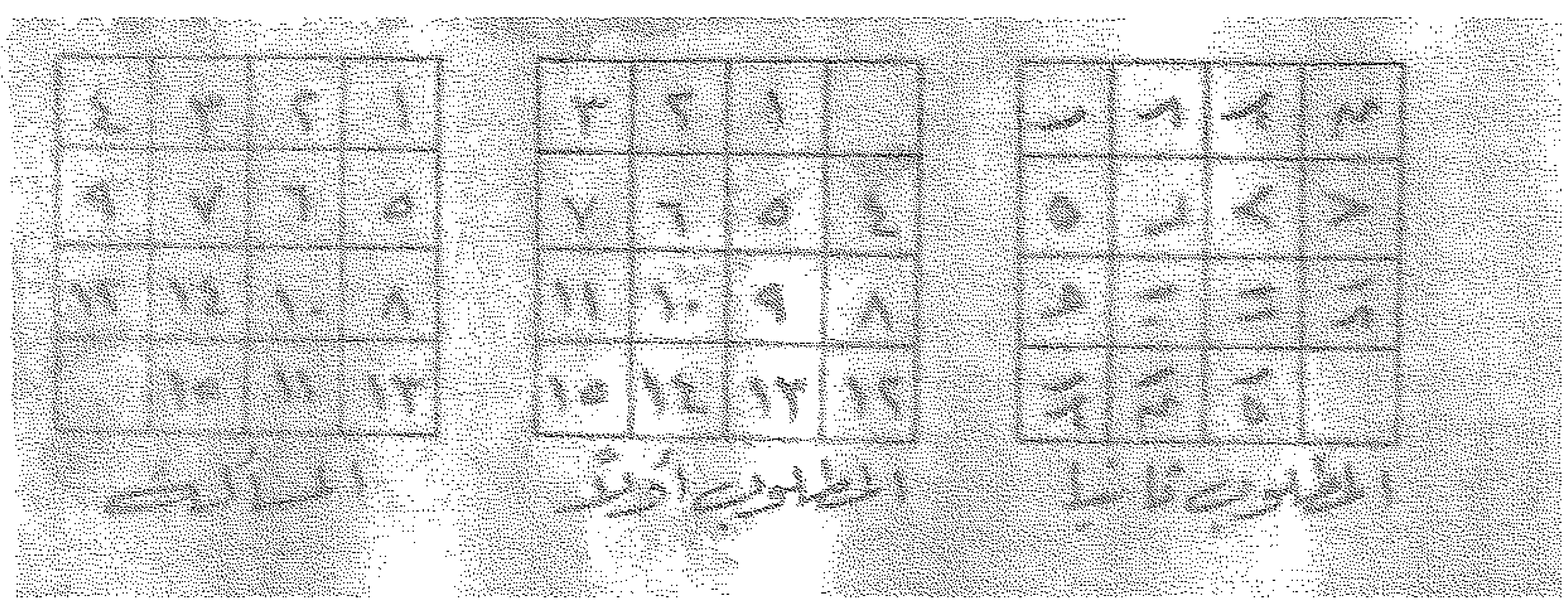
والمطلوب منك تحريك هذه المكعبات حتى تترتب جميعها بنظام طبيعى *

(٧٦) المشكلة الاولى

* رتب المكعبات الموجودة فى هذا المربع مع ترك

الركن العلوى الايمن فارغا .





(٧٧) **المشكلـــة الثانيـــة**

المشكلة الموجودة في هذا المربع مطلوب ترتيبها وجعـــل

الارقام على جنبها كما في الشكل •

(٧٨) **المشكلـة الثالثـــة**

نظـم المكعبات التي في المربع بحيث تجعلـه مربعا سحريـا

بحيث يكون مجموع الصفوف في اى اتجاه يكون "٣٠"

(٧٩) **اطــــراف القلـــم**

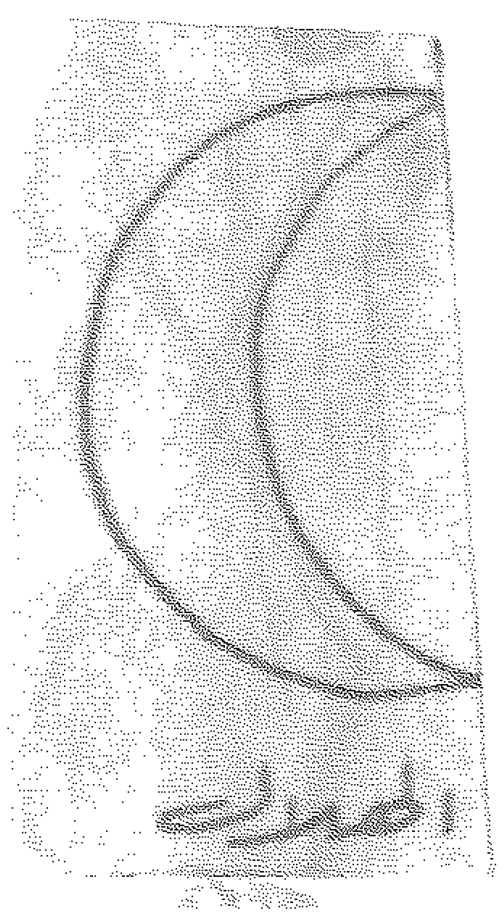
كـــم طرفـــا لقلم الرصاص حداسى الشكل فكر جيدا وقل

الاجابـــة •

(٨٠) **الهــــــلال**

هـــل يمكنـــك ان تقسم الهلال الى ستة اجــــزاء

برســـم خطيـن مستقيمين اثنين فقط •



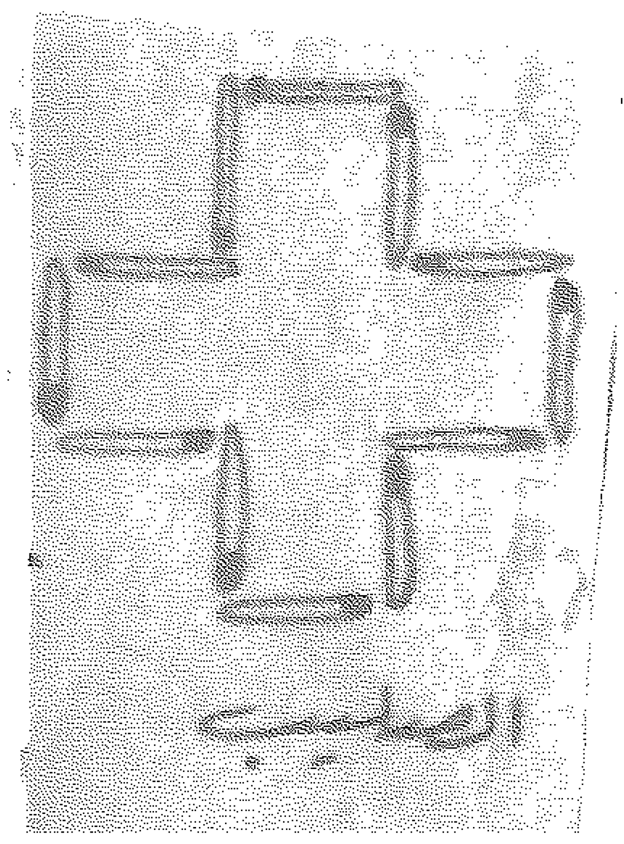
(٨١) علبـــة الكبريـــــت

من ١٢ عود كبريت يمكنـك ان تعمل شكلا كما ترى

على هيئة صليب ويساوى فى المساحة ٥ أعواد كبريت مربعـة

هل يمكنـك اعادة ترتيب هذه الاعداد بطريقة ما لتعطـــى

مساحة تساوى اربعة اعواد كبريت مربعة ؟



ممنوع استعمال اجهزة قياس •

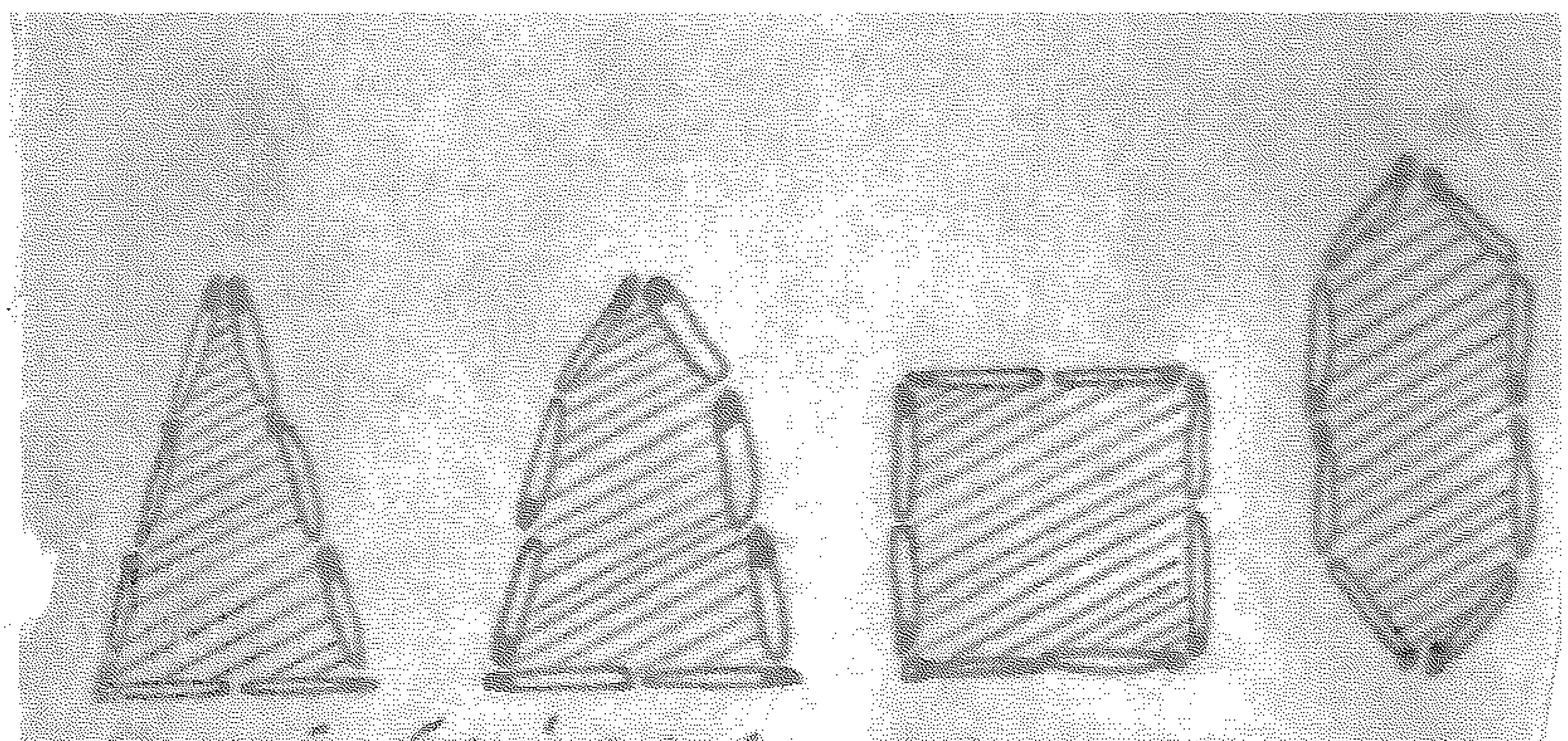
(٨٢) واحدة اخــــرى

من ثمانيـــة اعواد كبريت يمكن عمــل الاشكـــال

الموضحـــة بالرسومات وهى مختلفـــة فى المساحات •

فهـــل يمكنـــك عمل اكبر شكل يمكن الوصول اليـــه

بهذه الثمانيـــة اعواد ؟



أكبر عدد ممكن من ثمانية أعواد كبريت

(٨٣) طريقـــة الفراشـــة

اناء زجاجى اسطوانى الشكل على جداره الزجاجى وعلى مسافة

ثلاثـة سنتيمترات من القاعدة اعلاها يوجد نقطة عسل فى الجانـــب

الاخـــر من الاناء وعلى نفس المستوى اقطرى يوجد فراشة •

اوجـد اقصـر طريق لكى تصل الفراشة الى نقطة العســـل

مع ملاحظة ان قطر الاناء ١٠ سم وارتفاعه ٢٠ سم•

ولاحظ أيضا ان الفراشـة لا تعرف هذا الطريق لوحد هــا

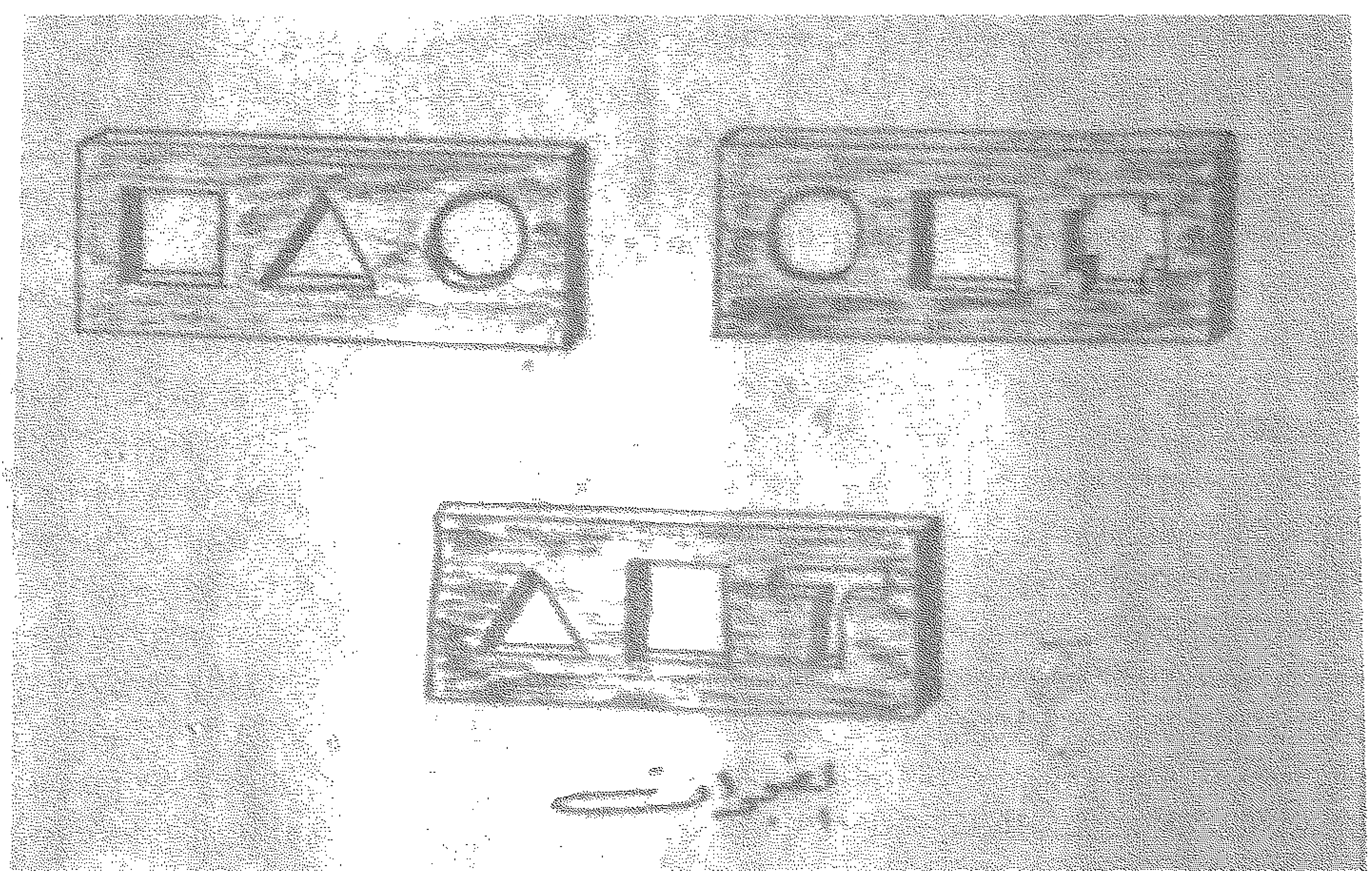
ولكنهــا تريد مساعدتــك بما لديــك من معلومات هند سية •

(٨٤) ملء الفجـــوات

قطعة البلاستيك الموضحة بالرسم بها ثلاث فجـــــوات

احداها على شكل مربع والاخر مثلث والثالثة دائرة

هل يمكنـــك عمل خابور لكى يملأ هذه الاشكـــال



(٨٥) والشكل الموضح يبين ايضا قطعة بلاستيك بها ثلاث اشكـــال ونفس الموضوع •

(٨٦) والشكـــل الثالث ايضـــا •

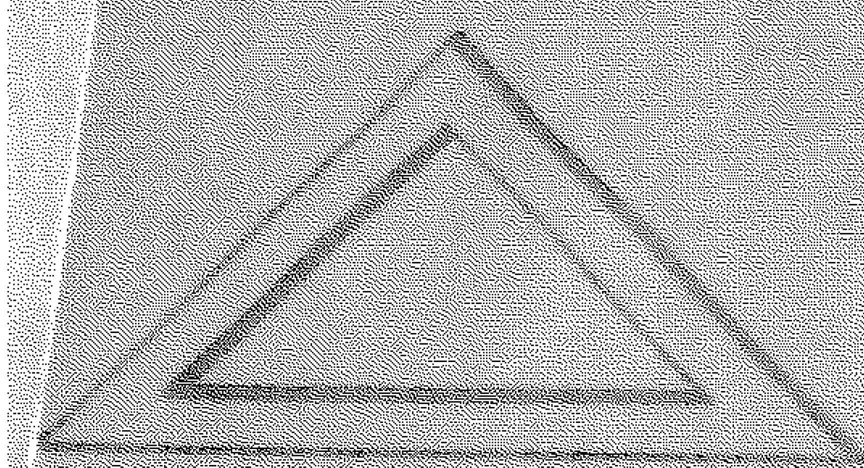
(٨٧) لغـــز العملـة

خذ قطعتين من العملـة احدهمـــا خمسة مليمات والاخر عشرة مليمات مثلا قطـــر الاولى ٢٠ مم والثانية ٢٣ مم ضــــع القطعة ذات الخمسة مليمات على ورقـة وارسم المحيـط واقطعهـــا هل تعتقـد ان القطعة ذات العشرة مليمات يمكن ان تنفذ مـــن هذا الثقب •

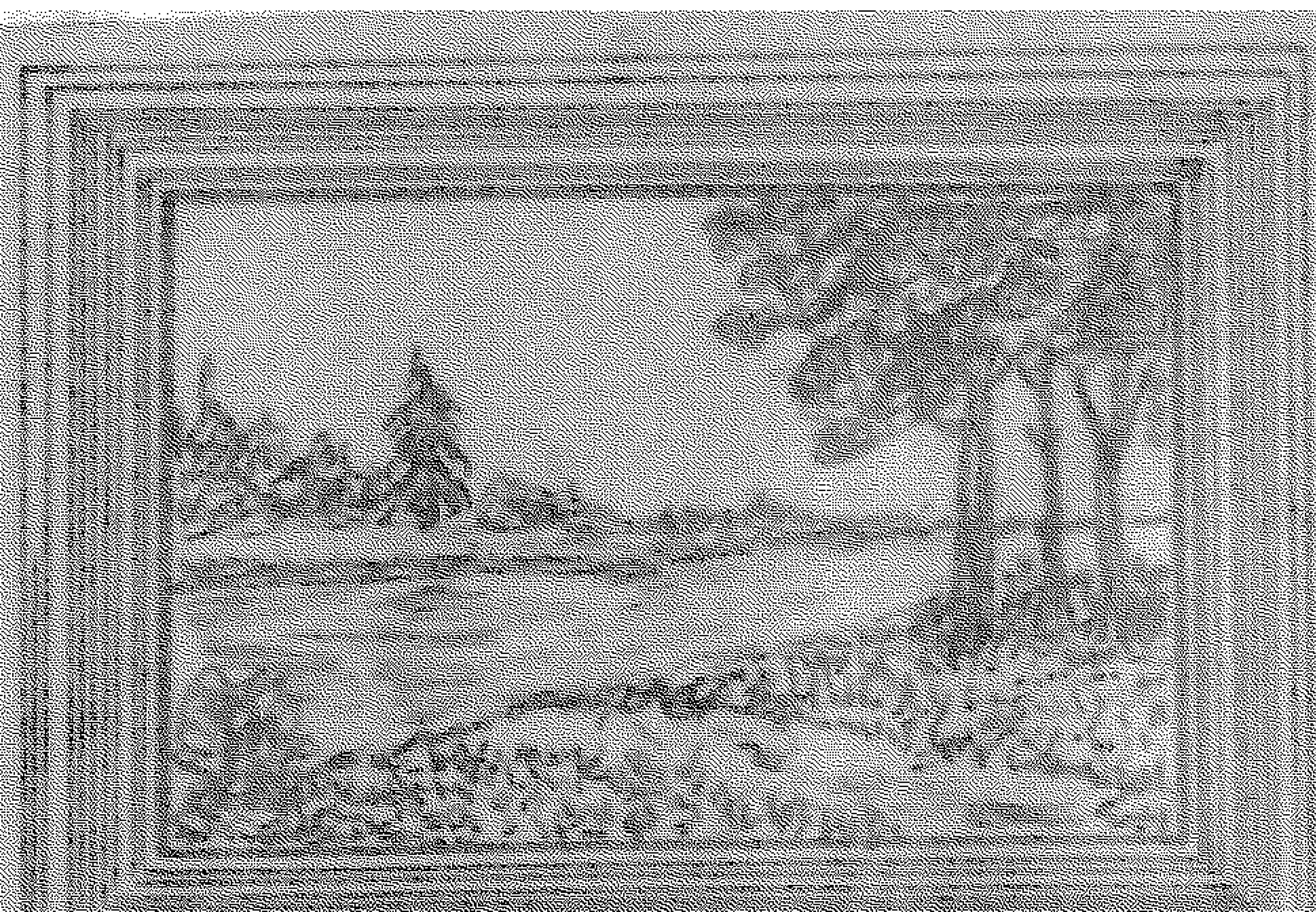
(٨٨) ارتفاع الـــــبرج

يوجد فى مدينتنا برج ولكن لا نـــعرف ارتفاعه وأخذنـــا صورة لهذا البرج •

هل هذا يساعدنا لمعرفـة الارتفاع الحقيقى للبرج ؟



المثلثات المتساوية



المستطيلات المتشابهة

(٨٩) الاشكال المتشابهة

اجب على السؤالين التاليين :

(١) هل المثلثين فى الشكل متشابهين ؟

(٢) هل المستطيلين متشابهين ؟

(٩٠) ظل السلك

على أي مسافة فى ضوء النهار ينتشر ظل سلك قطر ٤ مم ؟

(٩١) الطوب

قالب طوب منتظم الشكل يزن ٤ كيلوجرامات .

فكم يزن قالب مشابه له اصغر منه . اربعة مرات ومصنوع من نفس المادة ؟

(٩٢) العمـــلاق والقـــزم

كـم مرة يزيد وزن رجل عملاق طوله ٢ متر عن رجل قزم طوله ١ متر؟

البطيـــــــخ

اراد رجل ان يشترى بطيخـــة فوجـــد بطيختـــــــين

يزن وزن احداهمـــا $\frac{1}{4}$ مرة عن الاخرى ولكن ثمنها يزيد مرة ونصف

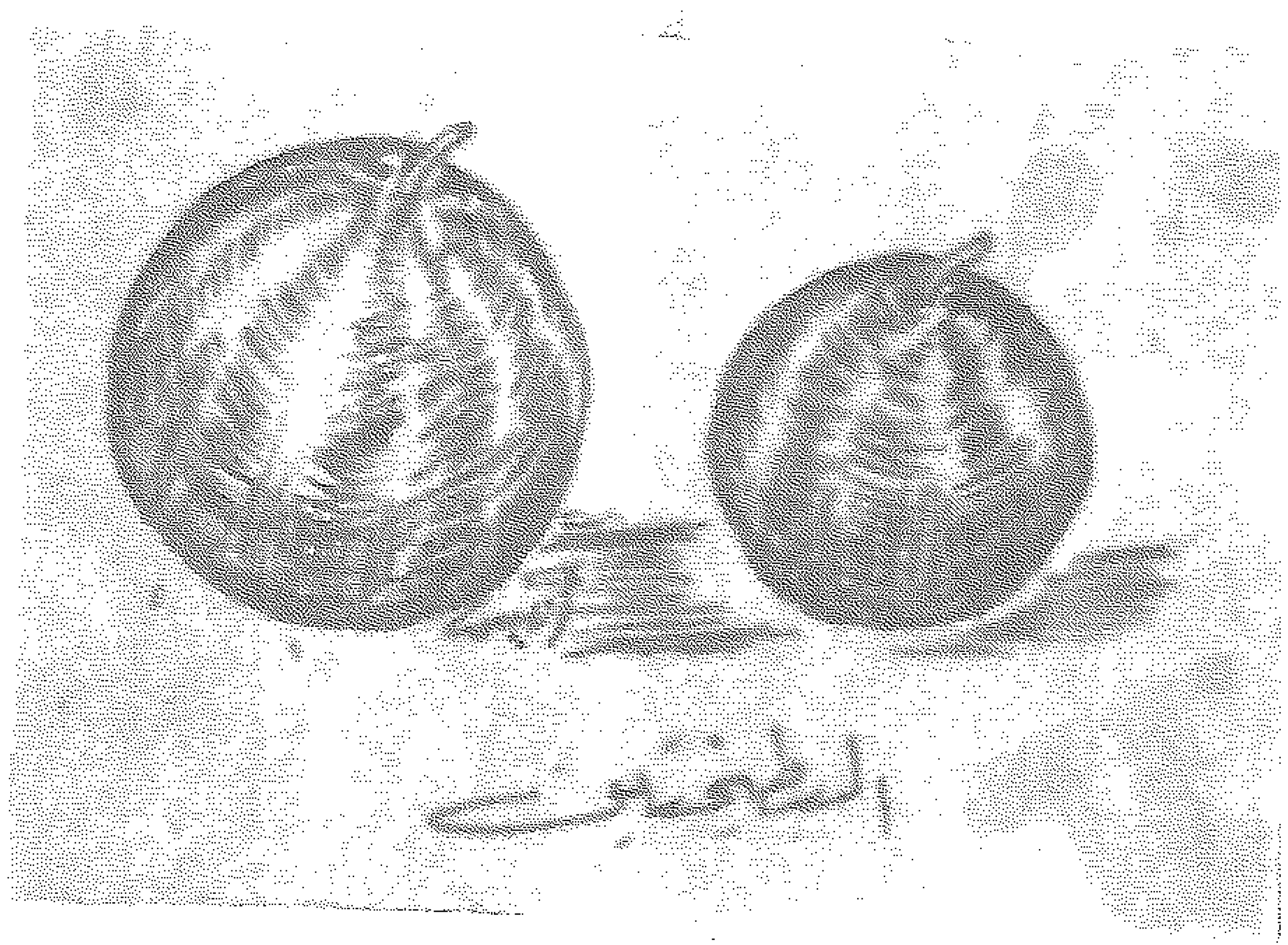
عن الاخـــرى فأيهما يشترى ؟

(٩٣) البطيختـــــين

بطيختين من نفس النوع احداهمـــا محيطهـــا ٦٠ ســـم

والاخرى ٥٠ ســم، الاولى أغلى مرة ونصف

ايهمـــا نحـــب للشـــراء ؟



(٩٤) كميـــة الامطـــــار

سقطت الامطار لمدة ١٥ دقيقـة على حديقـة طولهـا ٤٠ متر

وعرضهـا ٢٤ متر وعقب انتهاء الامطار مطلوب حساب كميـة الامطار الـتى

نزلت فى هذه الحديقـــة .

أولا — يقتضى الامر معرفة عمق مياه المطر وذلك عن طريق البلاڤيومـــتر

الموجود فى الحديقـة وكانت ٤ مم .

ثم ينبع ذلـك معرفة حجـم مياه الامطار التى نزلت فى المتر المسطـح

وتساوى :

١٠٠ × ١٠٠ × ٤ر ـــ = ٤٠٠٠ سم٣

وعليه فجملة مياه الامطار فى الحديقة كلها :

٤٠ × ٢٤ × ٤٠٠٠ = ٠٠٠ ٨٤٠ ٣ سم٣

ونعرف ان كثافة الماء = ١

∴ كمية المياه التى نزلت = ٨٤٠ ٣ كجم

أى اقل من ٤ طـن

وللتساوى :

هل يمكنك ان تعد عدد الجرادل التى تلزم لادخال نفـــس

هذه الكمية فى الحديقة مع العلم ان الجردل العادى يسع ١٢ كجم مـــن

المياه وهى تساوى $\frac{٣٨٤٠}{١٢}$ = ٣٢٠ جردل

(٩٥) كيف عد كسرى جيشه .

" ... في سهل فسيح بجانب البحر وجوار النهر العظيم هبروس في الحصن الملكي دويسكس رغب كسرى ان ينظم جيشه تمهيدا لمحاربة عدوه — في هذا السهل عد كسرى جيشه .

جمع كسرى عشرة آلاف جندي في مكان وعندما صفوا بجانب بعضهم البعض بقدر الامكان وضع حولهم خطا حولهم .

ثم ابعدت هذه المجموعة وبني حائطا من الحجر على الخط يصل الى وسط الجندي .

ثم اتى بمجموعة أخرى من الجنود وصفهم بجانب الحائط — وكرر هذه العملية .

حتى انهى جميع جنود جيشه

فبلغ عدد الجيش البري مليون وسبعمائة الف

وهكذا تم العد .

فوازيـــــر من الكتب الدينية عند الهـــنود :

(٩٦) مجموعة من زهرات اللوتس أعطى ثلثهـا وخمسها وسدسهـا للالهـة سيفـا وفيشنو والشمس على الترتيب.

واعطى ربعها الى بافاني واعطيت الست زهرات الباقية لرئيس الديـــر . أخبرني بسرعة عن العدد الكلي للزهرات.

(٩٧) انفرطت قلادة في مشادة غرامية . فسقـط ثلث حباتها اللؤلؤية على الارض وحتى خمسهـا على المقعـد . ثم وجدت الفتاة سدسهـا ووجد حبيبهـا عشرها . وبقيت ست حبات معلقة بالخيط .

اذكر عدد الحبات التى كانت تتكون منها القلادة .

٩٨ـ مربعات الاعـــداد

مربعات الاعداد التى تتحد فى رقم العشرات ويكون رقمى آحادهما مجموعها عشـــرة

مثال :

٧٥×٧٥ حاصل الضرب شفويا بالطريقة الاتيـــة :ـ

نضرب ٥×٥ ونكتب حاصل الضرب كله وهو ٢٥ ليشغل خانتى الآحاد والعشرات فـــى حاصـــل الضرب •

ثم نضرب ٧×٨ وهو الرقم التالى لها مباشرة ونكتب حاصل الضرب وهو ٥٦ ليشغـــل خانتى المئات والالاف •

بذلـــك يكون حاصل الضرب ٧٥×٧٥ = ٥٦٢٥

وبنفس الطريقة الايجاد حاصل ضرب ٤٦×٤٦ = ٢٠٢٤ وهى ناتجة من ضرب ٦×٤ ، ٤×٥ ووضع الناتيجة بجانب بعضها •

التفسير الرياضى نأخذ المثل ٤٦×٤٦

نفرض أن رقم العشرات =س

فـــأحد العددين يكون ٦+١٠س

والآخـــــر " ٤+١٠س

اذن (٦+١٠) (٤+١٠) = ٢٤+١٠٠س+١٠٠س٢

= ٢٤+١٠٠س (س+١)

وعلـــى ضوء ذلك يمكن ايجاد المربعات مثل :

$(١٫٠٥)^٢$ أو $(١٫٠٦)^٢$

فيمكن ايجادها بالطريقـة التاليـــة

٥×٥ = ٢٥ ، ٥×٢ = ١٠ ، ١×١ = ١

ونكتب حواصل الضرب الناتجة بجوار بعضها هكذا ١٫١٠٢٥ ونضع العلامـــــة العشرية بعد اربعة أرقام عشرية وأيضا $(١٫٠٦)^٢$ = ١٫١٢٣٦

٩٩ـ أرقام الضرب يساوى أرقام الناتج

أ ـ	٩٣×١٥	=	١٣٩٥
ب ـ	٤٧٣×٨	=	٣٧٨٤
جـ ـ	٣٥١×٩	=	٣١٥٩
د ـ	٨١×٢٧	=	٢١٨٧
هـ ـ	٨٧×٢١	=	١٨٢٧
و ـ	٤١×٣٥	=	١٤٣٥

٠٠٠٫%

١٠٠ـ العدد ١٢٣٤٥٦٧٩ مكون من الارقام الطبيعية ماعدا الرقم ٨ هـذا العدد لـه خـواص لطيفه منهـا ٠

أ ـ اذا ضرب فى ٢ ثم فى ٩ أصبح الناتـج ٢٢٢ ٢٢٢ ٢٢٢

ب ـ " " ٣ ثم فى ٩ " " ٣٣٣ ٣٣٣ ٣٣٣

جـ ـ " " فى ٤ ثم ٩ " " ٤٤٤ ٤٤٤ ٤٤٤

د ـ " " ٥ ثـم ٩ " " ٥٥٥ ٥٥٥ ٥٥٥

وهكـــــذا ٠

١٠١ ـ العـــدد ٥٤

يمكن تقسيمه الى أربعة أجزاء اذا اضيف الى الجزء الاول ٢ وطرح من الجزء الثانـى وضرب الجزء الثالث فى ٢ ، وقسم الجزء الرابع على ٢ ، كانت النواتج الاربعـة متساوية ٠ هذه الاجزاء هـى ١٠ ، ١٤ ، ٦ ، ٢٤

وبنفس الطريقة يمكن تقسـيم العدد ٤٥

النتيجـــة هـى :

٨ ، ١٢ ، ٥ ، ٢٠

١٠٢ ـ عدد الاولاد والبنات

فى أحدى العائلات عندما يجلس الاولاد مع البنات معا ويحاول كل أن يعد أخوتـه وأخواتـه نجـد كل بنت أن عدد أخواتهـا من الذكـور يسـاوى عدد أخواتـه من البنـات فما عدد كل نـوع ٠

١٠٣ ـ ٤١ عددا أوليـا

اذا عوضنا فى المعادلـة التاليـة

$س^٢ - س + ٤١$

عن قيمة س بأى عدد صحح من ٠ الى ٤٠

فاننا نحصل على أعداد أوليـة عددها ٤١ عددا

فمثـلا س = ١٥

اذا $(١٥)^٢ - ١٥ + ٤١ = ٢٥١$ وهـو عدد أولى

وهكـــــذا ٠

عيـــدان الكبريت ثانيا :

١٠٤ - الشكل الموضح في الرســم مستعملا فيــه ١٨ عدد كبريته المطلوب :-

(أ) تكون ٦ أشكال متساوية كل منها من ٤ أضلاع وذلك لتحريك ٦ مـن العيـدان من أماكنهـا .

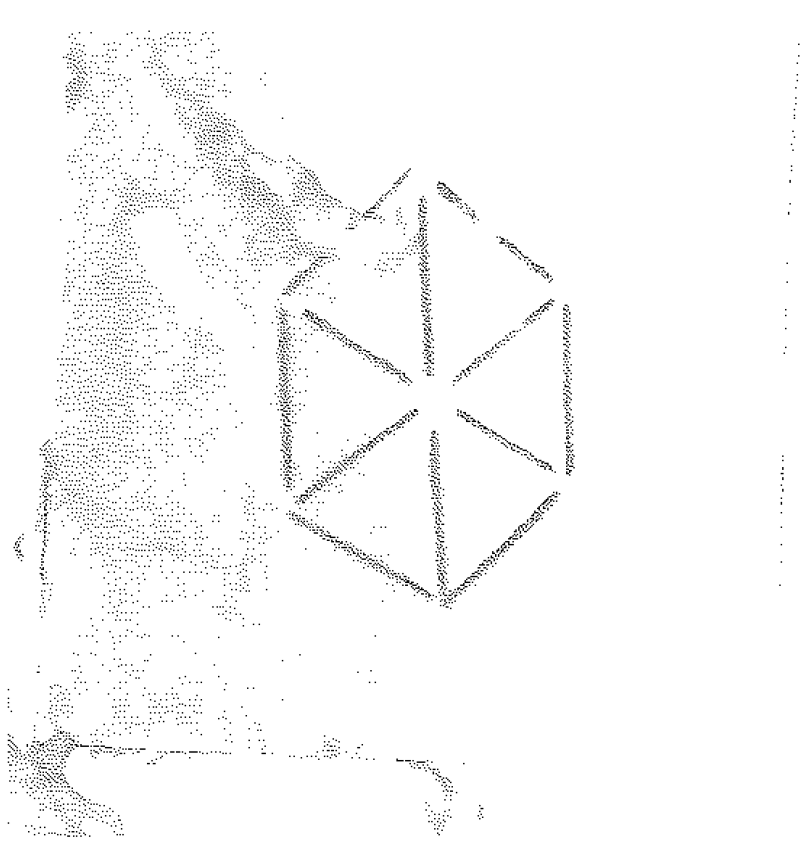
(ب) رفـع ٥ عيدان من الشكـل بحيث يتكون ٥ مثلثات متســاوية الاضــلاع .

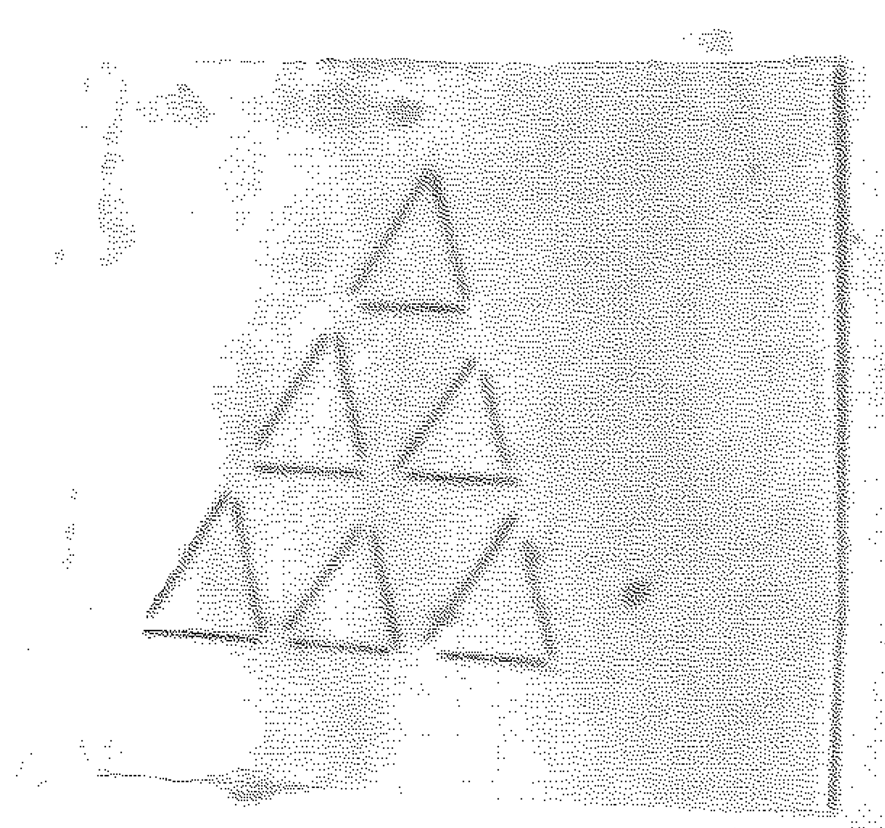
(جـ) رفـع ٦ عيدان من الشكل بحيث يتكون ٥ مثلثات متســاوية الاضــلاع .

١٠٥ - الشكل الموضح استعمل فيه ١٢ عدد كبريت المطلوب :-

تغيير وضع ٤ عيدان يتكـون ٣ مثلثات متساوية الاضــلاع

١٠٦ - من ٦ عيدان كبريـت كون ٤ مثلثات متساوية الاضلاع .





اجوبة الطرائف والفوازير والالغاز العددية

(١) من يعد أكثر

كلا الاثنين يعد نفس عدد المارة .

(٢) الجد والابن الاكبر

يلاحظ ان الابن مولود فى القرن العشرين فاذن الرقمين الاولين من تاريخ ميلاده هما ١٩ والرقمان الاخران المجموعان مع بعضهما ٣٢ فيكون الرقم هو ١٦ .

اذن تاريخ ميلاد الابن ١٩١٦ وكان عمره ١٦ سنة .

والجد طبيعى ولد فى القرن التاسع عشر وعليه فالرقمان الاولان هما ١٨ والرقمان الاخران المضروبان فى ٢ ويساوى ١٣٢ هما ٦٦ اذن تاريخ ميلاده ١٨٦٦ .

(٣) تذاكر السكة الحديد

عدد المحطات ٢٥ والمطلوب لها تذاكر ٢٤ اذن عدد التذاكر ٢٤×٢٥=٦٠٠ تذكرة

(٤) عيدان الكبريت

نحل من نهايتها ــ يلاحظ أنه بعد كل عمليات النقل ان عدد العيدان متساوى

الكوم الاول	الكوم الثانى	الكوم الثالث
١٦	١٦	١٦

قبل ذلك مباشرة اضفنا للكوم الاول الكمية نفسها التى كانت به بمعنى أننا ضاعفنا عدده ولذلك فانه قبل الاضافة النهائية كان عدد العيدان ٨ عود فى الكوم الاول .

وفى الكوم الثالث الذى أخذنا منه ٨ عيدان كان به ١٦+ ٨ = ٢٤ عود .

واصبح

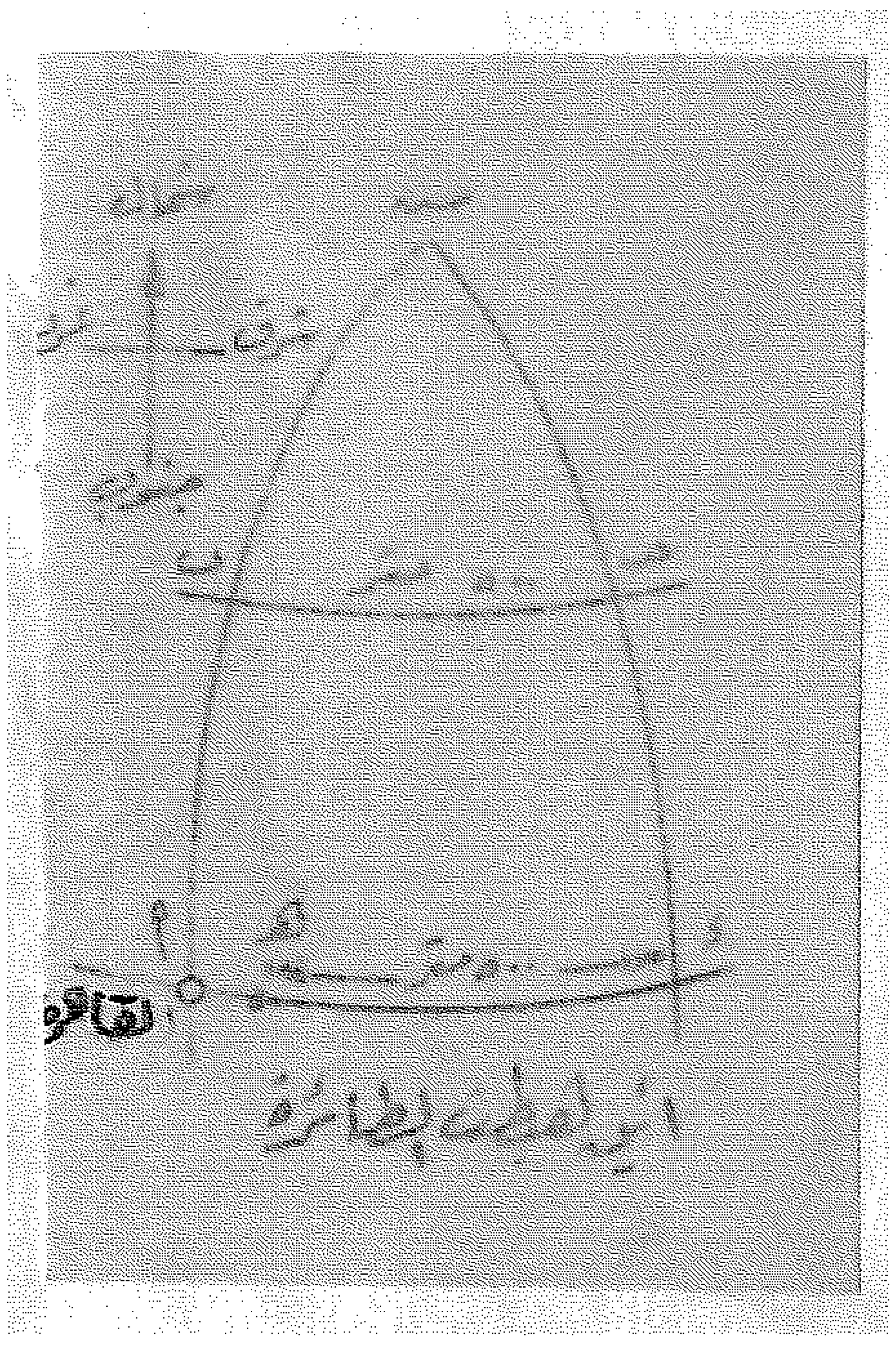
الكوم الاول	الكوم الثانى	الكوم الثالث
٨	١٦	٢٤

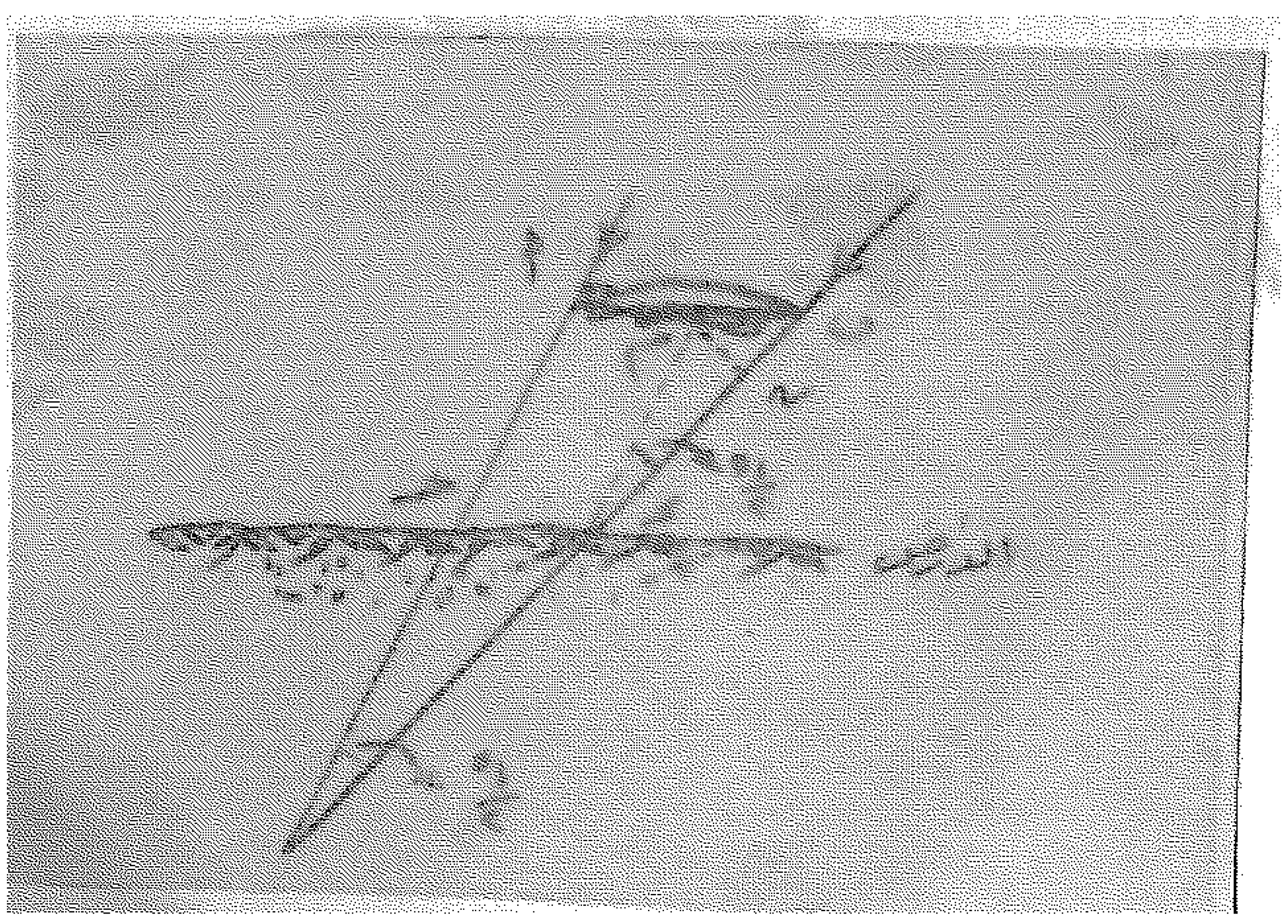
ونعرف اننا اخذنا من الكوم الثانى نفس عدد عيدان الكوم الثالث وهذا يعنى أن العدد ٢٤ ضوعف وهذا يعرفنا عدد العيدان الذى كان عندنا فى كل كوم بعد اول عملية. وهذا قبل عملية النقل الاولى أى قبل أن نأخذ عدد من العيدان من الكوم الاول مثل العدد الموجود فى الكوم الثانى واضافته للثانى :

الكوم الاول	الكوم الثانى	الكوم الثالث
٢٢	١٤	١٢

(٥) الاعشاب السحرية

نحن نعرف أن العدد الذى بعد ان تضاعف للمرة الثالثة كان ١٢٠ قرشا فى الحافظة أى انه كان فى الحافظة ٦٠ قرشا وهو كل ما تبقى بعد ان أخذ العجوز ١٢٠ قرش للمرة الثالثة ــ أى ان المبلغ كان قبل الدفع الثانى = ١٢٠ + ٦٠ = ١٨٠ قرشا وهو المبلغ الذى تضاعف للمرة الثانية وعليه فكان معه ٩٠ قرشا فى الحافظة قبل ان يأخذ العجوز مبلغ ١٢٠ قرشا الاولى .


القاهرة



اذن المبلغ الذى كان بالحافظة قبل ان يأخذ العجوز مكافأته الاولى هو ٩٠ + ١٢٠ = ٢١٠ قرشا وكان ذلك بعد عملية المضاعفة الاولى .

اذن المبلغ الاصلى = ١٠٥ قرشا .

(٦) الطائــــرة

الطائرة تطير حول ارض كروية وفى مجال كروى وفى نصف الكرة الشمالى فالطيارة هبطـــت شرق القاهرة طبعا كما هو واضح من الرســم .

(٧) الظــــل

نحن نعلم أن انتشار الضوء مروحى فى المجال الجوى والارض صغيرة جدا بالنسبة لبعد هــا عن الشمس ولذلـك فيمكن ألقول ان ضوء الشمس عندما يسقط على الارض يكون متوازيا ــ والخطوط المتوازية تتراءى للعيون أنه تتلاقى على مسافة بعيدة ــ كما نلاحظ ذلـك فى خطوط السكــة الحديد .

ونظرا لان الطائرة صغيرة بالنسبة لطول الاشعة ــ فالشكل اليمين يوضح سقوط الاشعة على الطائرة ونزولها على الارض ــ والظل الذى يحدث ونلاحظ أن ظل الطائرة أقل مـــن ا الطائرة نفسها جـ د أ ب .

(٨) ديسمبر

قبل القيصر جولياس كانت السنة تبدأ من شهر مارس وعليه فشهر ديسمبر كان ترتيبه فى ذلــك الوقت العاشر ــ وعندما بدأ التقويم الجديد وابتدأت السنة من يناير لم تتغير اسماء الشهور .

(٩) فـزورة حسابيـة

يجب أن نفهم اولا اننا كتبنا نفس العدد بجانب بعضه وهذا يعنى حسابيا اننا ضربنـــا العدد × ١٠٠٠ ثم اضفنا له نفس العدد مثل ٨٧٢٨٧٢ = ٨٧٢٠٠٠ + ٨٧٢ وهذا يوضح أن ما عملناه هو أننا ضربنا الاصل فى ١٠٠١ بعد ذلك قسمناه على ٧ ثم ١١ وأخيرا علــى ١٣ أو قسمناه على ٧ × ١١ × ١٣ = ١٠٠١

اذن فنحــن ضربناه أولا فى ١٠٠١ ثم قسمناه على ١٠٠١ ـــ

فيصبح عندنا العدد الاصلى .

(١٠) بيــع البيــض

بعد ان تشاور البنات فى طريقة البيع استقــر رأيهن على أنه عند ذهابهن الى السوق يبدأن فى بيع البيض بسعر منخفض وهو كل سبعة بيضات بثلاثة قروش فتبيع الاولى ٧ بيضات ٠ بثلاثة قروش ويبقى معها ٣ بيضات والثانية تبيع ٢٨ بيضة بمبلغ ١٢ قرش ويبقى معها بيضتـــان والثالثة تبيع ٤٩ بيضة ويبقى معها بيضة واحدة . وفى آخر وقت من السوق وبعد أن ينفــذ جميع البيض الا ما بقى معهن فسيرفعن السعر بحيث يكون ثمن البيضة الواحدة تسعة قروش .

وقد اضطر فعلا احد الرجال للشراء بهذا السعر فدفع للاولى ٣ × ٩ = ٢٧ قرش وللثانية ٢ × ٩ = ١٨ قرش وللثالثة ٩ قروش وعليه فكان ثمن بيع البيض مل كل هو ٣٠ قرشا وتــم تنفيــذ تعليمات الام .

(١١) السلسلة

هذه العملية تتم بفتح ثلاث حلقات وشبك حلقات المجموعة الاولى وربط الاربعة مجاميع بها .

(١٢) بعض الفراخ والبط

نبيع السلة التي بها ٢٩ بيضة - ويبقى السلال التي بها ٢٣ ، ١٢ ، ٥ وهي مملوءة ببيض الفراخ والسلال التي بها ١٤ ، ٦ بها بيض البط .

(١٣) الطيارة

دقيقة ساعة
لايوجد لغز في ذلك فالزمن ٨٠ دقيقة هو ٢٠ ١

(١٤) الابيون والابنون

اللغز في ذلك هو أنهم ثلاث فقط جد وابنه وابن ابنه - فالجد أعطى لبنه ١٥٠ قرشا والاب أعطى ابنه منها ١٠٠ قرش وبقي معه ٥٠ قرشا .

(١٥) اصغر كسر

هو $\frac{١}{١}$ ، $\frac{٢}{٢}$ ، $\frac{٣}{٣}$ ـــــ ـــــ $\frac{٩}{٩}$ ويساوي واحد

والجبريون يكتبونها ١°، ٢°، ٣° ... ٩° لان اى عدد مرفوع لاس صفر يساوي واحد

(١٦) رقم واحد "١"

الحل هو $\frac{١٤٨}{٢٩٦} + \frac{٣٥}{٧٠} = ١$

والجبريون على شكل (١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩)°

(١٧) الخمستسعات

لها طريقتان (أ) $\frac{٩٩}{٩٩} + ٩ = ١٠$ (ب) $\frac{٩٩}{٩} - \frac{٩}{٩} = ١٠$

والجبريون لهم طريقتين

(أ) $\frac{٩}{٩}(٩ + \frac{٩}{٩})$ (ب) $٩ + (٩٩)^{\frac{٩}{٩}}$

(١٨) العشـــرة ارقام

(أ) ٧٠ + ٢٤ $\frac{٩}{١٨}$ + ٥ $\frac{٣}{٦}$ = ١٠٠

(ب) ٨٠ $\frac{٢٧}{٥٤}$ + ١٩ $\frac{٣}{٦}$ = ١٠٠

(جـ) ٨٧ + ٩ $\frac{٤}{٥}$ + ٣ $\frac{١١}{٦٠}$ = ١٠٠

(د) ٥٠ $\frac{١}{٢}$ + ٤٩ $\frac{٣٨}{٧٦}$ = ١٠٠

(هـ) ١+٢×٣+٤+٥+٦٧+٨+٩ = ١٠٠

(و) ١×٢+٣٤+٥٦+٧ـ٨+٩ = ١٠٠

(ز) ١٢+٣ـ٤+٥+٦٧+٨+٩ = ١٠٠

(ح) ١٢٣ ـ ٤٥ ـ ٦٧ + ٨٩ = ١٠٠

(١٩) الطـــرق الاربعة

(أ) ١١١ ـ ١١ = ١٠٠

(ب) ٣٣ × ٣ + $\frac{٣}{٣}$ = ١٠٠

(جـ) ٥×٥×٥ـ٥×٥ = ١٠٠

(د) ٥×(٥+٥+٥+٥) = ١٠٠

(٢٠) واحد اربع مـــرات

يعتقد البعض انه ١١١١ ولكنه $١١^{١١}$ فالناتج يساوى ٢٨٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠ ٠٠٠
ويساوى ٢٥٠ مليون مرة أكبر من ١١١١

(٢١) الالـــف

٨٨٨ + ٨٨ + ٨ + ٨ + ٨ = ١٠٠٠

(٢٢) اربعة وعشرين : حـــلان

أ ـ ٢٢ + ٢ = ٢٤

ب ـ $٣^{٣}$ ـ ٣ = ٢٤

(٢٣) الثلاثـــين

أ ـ ٦ × ٦ ـ ٦ = ٣٠

ب ـ $٣^{٣}$ + ٣ = ٣٠

جـ ـ ٣٣ ـ ٣ = ٣٠

(٢٤) الاعــــداد المفقـــودة

دعنـــا نعطـــى ارقام السطور

س ١ س س ------------ I
٢ س ٣ ------------ II

س ٣ س ------------ III
س ١ س٣ ------------ IV
٥ س١ س ------------ V

---

٠ ٣ س ٨ س ١ ------------ VI

واضح ان الرقـم الاخير فى السطر III صفر وذلك لاحظنا ان الصفر هو الرقم الاخير فى VI ويمكن ان نؤكد تجمل على معنى الرقم الاخير فى I فهو الرقـم الاخير الذى يعطـى عدد ينتهى بصفر اذا ضرب فى ٢ ويعطى ٥ اذا ضرب فى ٣ (لان الرقم فى السطـر V ينتهى بـ ٥)

يوجد رقـم ١ يفصـل هذا هو ٥ وليس من السهل تخمين ما يعزا اليه س فى السطـر الثانى فرقـم ٨ هو الرقـم الوحيـد اذا ضرب فى ٥ يعطى العدد الذى ينتهى بعدد ٢٠ السطر IV

وأخيرا واضح ان الرقـم الاول فى السطـر الاول هو ٤ اذا ضرب فى ٨ يعطـى عدد يبدأ برقـم ٣ السطـر IV

وليس يصعب بعد ذلك لايجاد الارقام الباقية وهى :

٤١٥
٣٨٢

٨٣٠
٣٣٢٠
١٢٤٥

١٥٨٥٣٠

(٢٥) مـــرة ثانيـــة

٣٢٥
١٤٧

٢٢٧٥
١٣٠٠
٣٢٥

٤٧٧٧٥

(٢٦) وأيضـــا

٥٢٦٥٠ | ٣٢٥
٣٢٥ | ١٦٢

٢٠١٥
١٩٥٠

٦٥٠
٦٥٠

(٢٧) القسمـة علـى ١١

قاعـدة القسمـة على ١١

يقبل العدد القسمة على ١١ اذا كان الفرق بين مجموع الارقام الزوجيـة والارقام الفردية مع ملاحظة العد من اليمين يقبل القسمة على ١١ أو يساوى صفر .

مثال (١) ٢٣٦٥٨٩٠٤

مجموع الارقام الزوجيـة

٣ + ٥ + ٩ + ٤ = ٢١

مجموع الارقام الفرديـــة

٢ + ٦ + ٨ + ٠ = ١٦

٢١ ــ ١٦ = ٥

وهو لايقبل القسمة على ١١

وعليه فالعدد لايقبل القسةعلى ١١

مثـــال ٢

٧٣٤٤٥٣٥

٣ + ٤ + ٣ = ١٠

٧ + ٤ + ٥ +٥ = ٢١

٢١ ــ ١٠ = ١١

فهذا العـــــدد يقبل القسمةعلى ١١

مثال (٣)

٣٥٢٠٤٩٧٨٦

٣ + ٢ + ٤ + ٧ + ٦ = ٢٢

٥ + ٠ + ٩ + ٨ = ٢٢

٢٢ ــ ٢٢

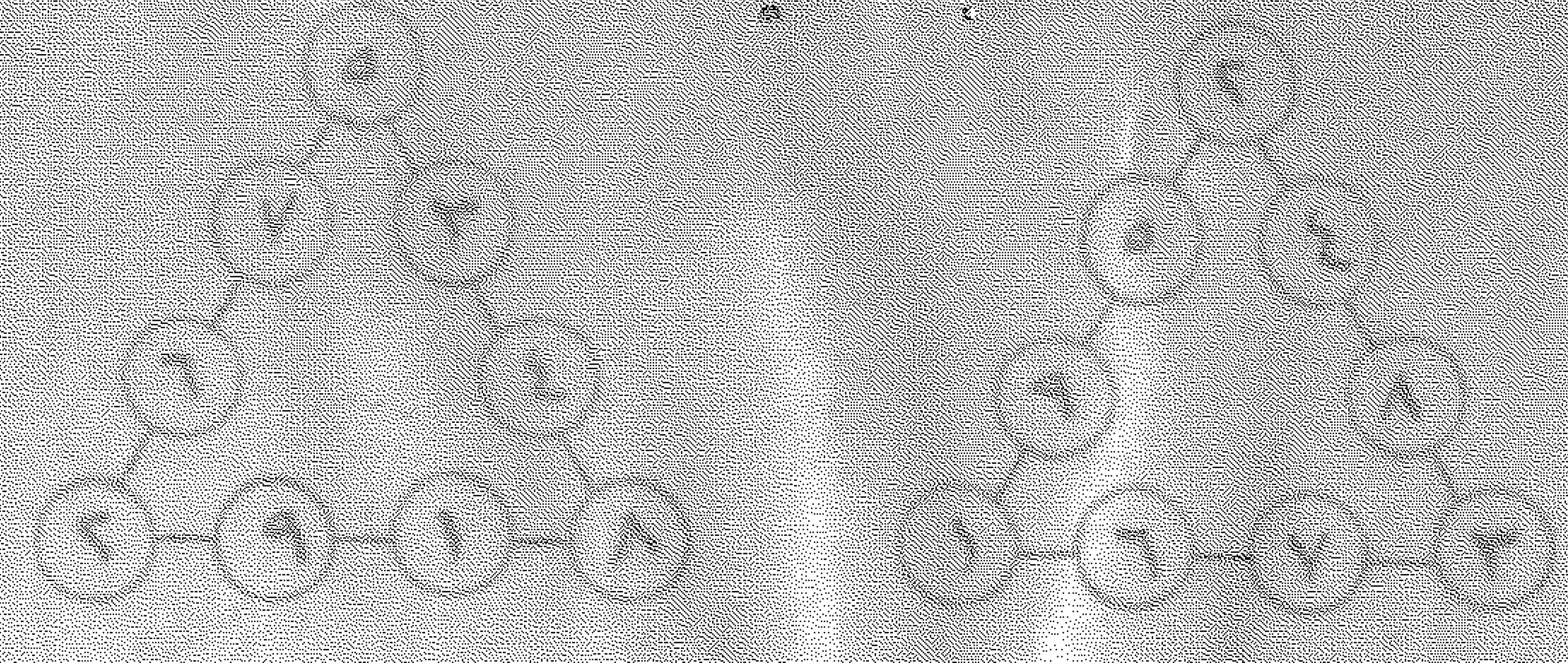
اذن العدد يقبل القسمةعلى ١١

اكـــبرعـدد يقبل القسمــة هو

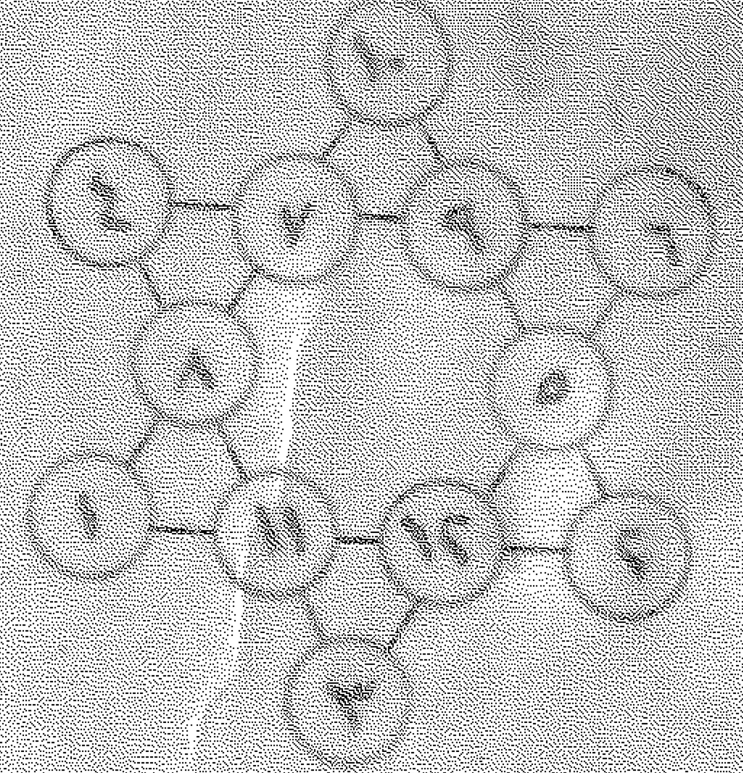
٣ ١ ٤ ٢ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩

اصغـــر عدد

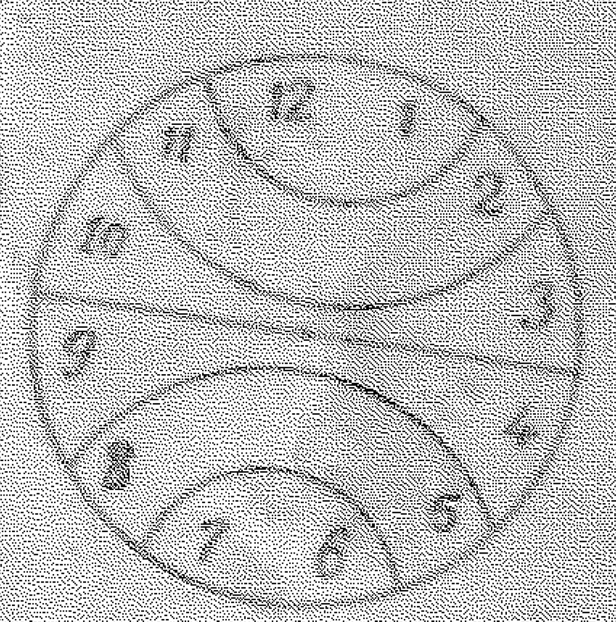
٦ ٨ ٥ ٧ ٤ ٣ ٢ ٠ ١



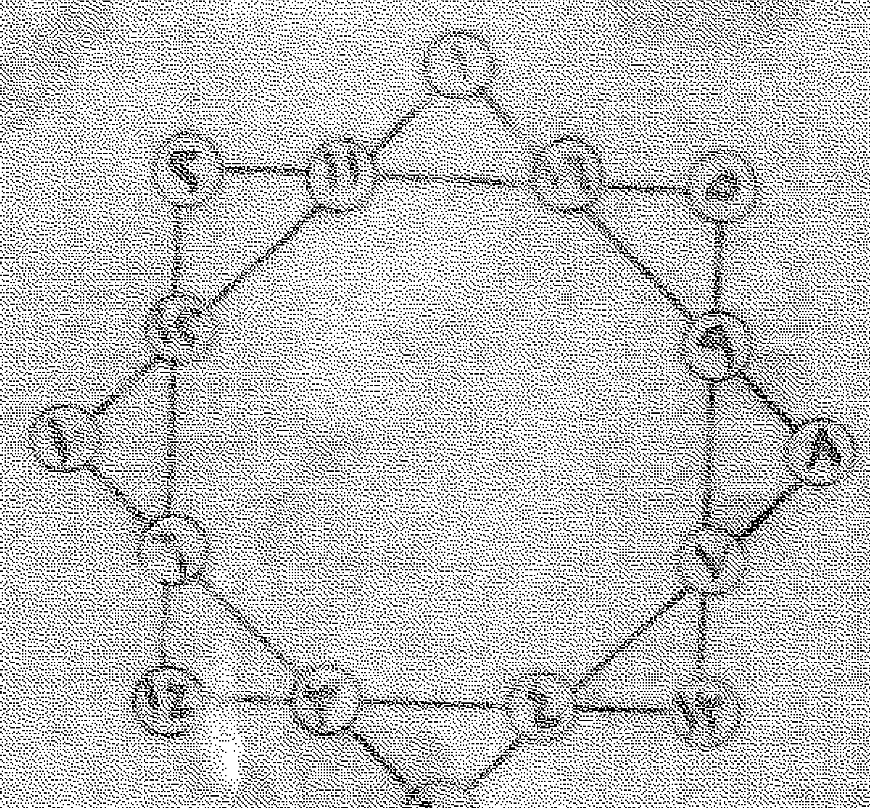
الحل للمثلثات



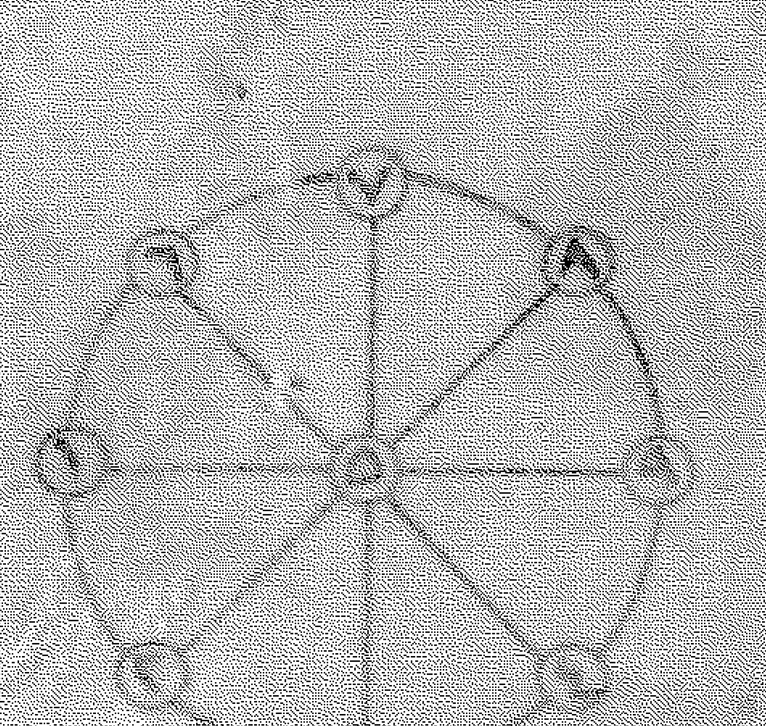
حل النجمة السحرية



تقسيم الساعة



النجمة ذات الثمانية أطراف



أرقام العجلة

(٢٨) الضرب السحرى ٩ أمثلة

١٢ × ٤٨٣	=	٥٧٩٦
٤٢ × ١٣٨	=	٥٧٩٦
١٨ × ٢٩٧	=	٥٣٤٦
٢٧ × ١٩٨	=	٥٣٤٦
٣٩ × ١٨٦	=	٧٢٥٤
٤٨ × ١٥٩	=	٧٦٣٢
٢٨ × ١٥٧	=	٤٣٩٦
٤ × ١٧٣٨	=	٦٩٥٢
٤ × ١٩٦٣	=	٧٨٥٢

(٢٩) التسعة ارقام مع مجموعة ٢٠

الرسم

(٣٠) التسعة ارقام مع مجموع ١٧

الرسم

(٣١) النجمة السحرية

الرسم

(٣٢) وجه الساعة

الرسم

(٣٣) النجمة ذات الثمانية اطراف

الرسم

(٣٤) ارقام العجلة

الرسم

(٣٥) الزوايا

الوقت فى الساعة الاولى هو السابعة وهذا يعنى ان العقربين يحصران $\frac{٥}{١٢}$ من محيط الساعة اذن الزاوية فى هذه الساعة $٣٦٠ \times \frac{٥}{١٢} = ١٥٠^\circ$

والوقت فى الساعة الثانية هو ٩٫٣٠ والعقربان يحصران $\frac{٧}{٢٤}$ من المحيط

اذن الزاوية = $٣٦٠ \times \frac{٧}{٢٤} = ١٠٥^\circ$

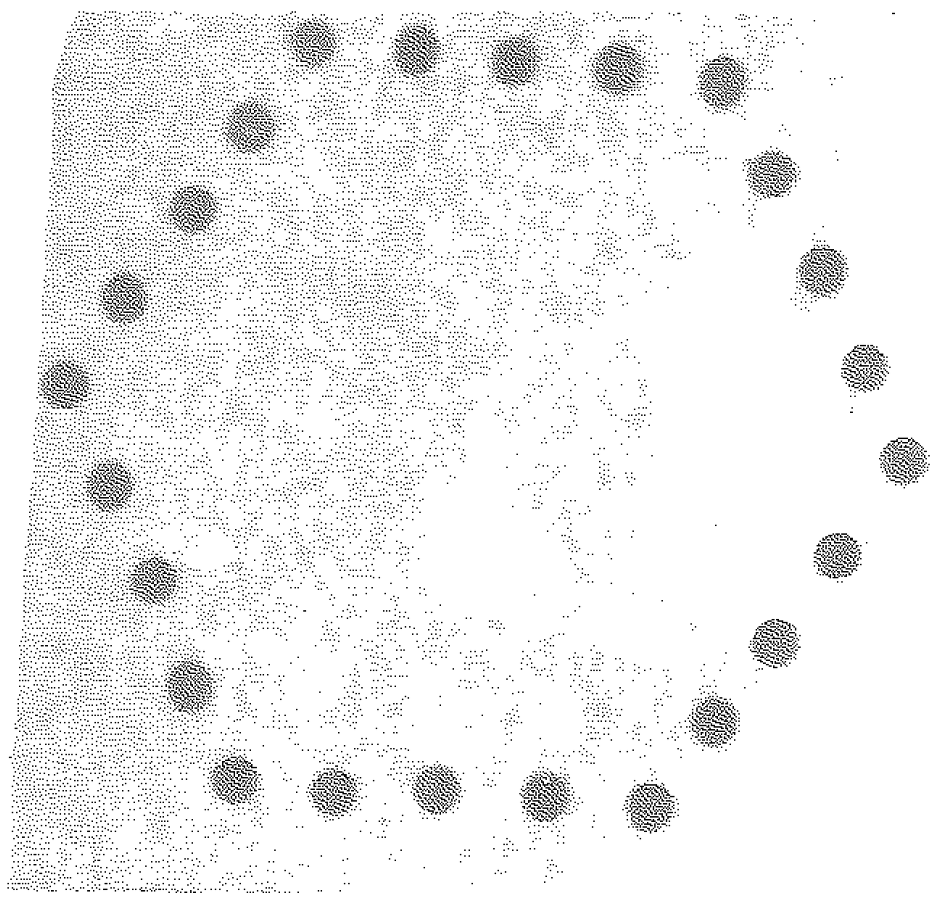
(٣٦) عند خـــط الاستواء

اذا كان طول الرجل ١٧٥ سم

بفرض ان م نصف قطـــر الارض

∴ ٢ × ١٤ر٣× (م + ١٧٥) ـ (٢×١٤ر٣×م)=٢×١٤ر٣×١٧٥

= ١١٠٠ سم = ١١ متر

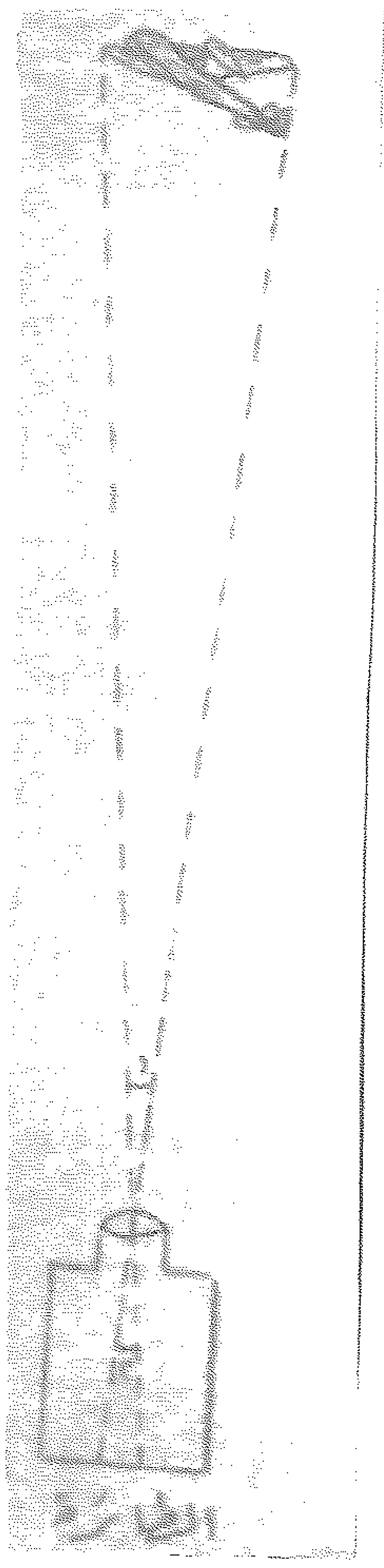


(٣٧) ستـــة صفوف

كمـــا فى الرســـم

(٣٨) الارقـام المفقودة

هذه المسألة تحل بأربعة طرق



آ ـ ١٣٣٧١٧٤ ÷ ٩٤٣ = ١٤١٨

ب ـ ١٣٤٣٧٨٤ ÷ ٩٤٩ = ١٤١٦

جـ ـ ١٢٠٠٤٧٤ ÷ ٨٤٦ = ١٤١٩

د ـ ١٢٠٢٤٦٤ ÷ ٨٤٨ = ١٤١٨

(٣٩) الارقام المفقودة ايضـــا

هذه المسألة لها حل واحد وهو

٤٢٨٤١٣ ٣٧٥ ٧ ÷ ١٢٥٤٧٣ = ٥٨٧٨١

(٤٠) ما طولـــــه

المتر المربع = ١٠٠٠ الف متر مليمتر مربع

طول الشريط يساوى ١٠٠٠ متر طول = كيلومتر

(٤١) وايضـــــا

العمود يكون بارتفاع ١٠٠٠ كيلومتر

(٤٢) الطائـــــرة

كما فى الرسم الموضح الزاوية أ = الزاوية ٢ وحيث ان المثلثـــان متناسبان وبفرض س هـو ارتفاع الطائرة بالمتر

∴ ١٢٠٠٠ / ٨ر١١ = س / ٢ر٠

∴ س = ١٨٠ متر

(٤٣) مليون مـــــرة

الجواب = ٨٩٫٤ طـــن

(٤٤) عدد الطـــــرق

يوجـــد ٧٠ طريقـــة

عند الحل يمكن الاستعانة بمثلثات باسكال فى الجبر •

(٤٥) البلـــــــى

نأخذ من المجموعة الاولى بلية واحدة ومن الثانية بليتين ومن الثالثة ثلاث ومن الرابعة اربعة ومن الخامســـة خمسة وهكذا •

ونـزنـها مرة واحـــــدة

فاذا كان النقص $\frac{1}{10}$ جرام كانت المجموعة الاولى هى المختلفـــة •

واذا كان " $\frac{2}{10}$ " " " " الثانية " "

" " " $\frac{3}{10}$ " " " الثالثة " "

وبهذه الطريقـــة يمكن تحديد المجموعة ذات الوزن الصغير

(٤٦) المزارع وصاحب الارض

ربـح المزارع بهذه الوسيلة $\frac{2}{3}$ اردب فقـــد كان ينبغـــى ان يأخذ المالـــك ٩ أرادب قبل قسمة المحصول وبذلـــك فقـــد المالـــك اردبا وصلـــه منه $\frac{1}{3}$ أردب أثناء قسمة الباقى من المحصول •

(٤٧) الفيلسوف أوجســـــت

كان عمر هذا الفيلسوف ٦٥ سنة حين مات

فحيث أنه مات عام ١٨٧١ فاننا نستطيع ان نستبعد كل الاعداد التى نرى ان مربعاتها أقل بكثير من ١٨٠٠ وكذلـــك الارقام التى تكون مربعاتها اكثر بكثير من ١٨٠٠

وبما ان $42^2 = 1764$

" $44^2 = 1936$

ولا يمكن ان يكون عمره ٤٢ سنة عام ١٧٦٤ لان ذلك يعنى ان عمره كان ١٤٩ سنة عام ١٨٧١

لابد وأن عمره كان ٤٣ سنة عام ١٨٤٩ أو ٦٥ سنة عام ١٨٧١

(٤٨) الانبوبة المسحوبة

ان السرعة تكون اكبر عن الطرف الضيق من الانبوبة

- دقة واحدة

الدقة الاولى : كانت الدقة الاخيرة من دقات الساعة ١٢ فعندما دخل المنزل كانت الساعة قد دقت الاحدى عشر دقة الاولى .

الدقة الثانية : الساعة ١٢ ونصف

الدقة الثالثة : الساعة ١

الدقة الرابعة : الساعة ١ ونصف

الدقة الخامسة : كانت الدقة الاولى من دقات الساعة ٢ بعدها نام .

٤) البحـــارة

٧٩ ثمرة من جوز الهند

أما اذا كان البحارة اربعة فان اقل عدد ١٠٢١

واذا كانوا خمسة فعدد الثمار ١٥٦٢١

٥) التفـــاح

يوجد ٩ اطفال ، ٨١ تفاحة

فالطفل الاول يحصل على $١ + \frac{٨٠}{١٠} = ٩$ تفاحات

والثاني " " $٢ + \frac{٧٠}{١٠} = ٩$ "

وهكذا

٨) القاضـــي

٥٥ دقيقة . فالزوجة ينبغى ان تترك المنزل الساعة ٤ فتصل الى المحطة الساعة ٥ والرحلة تستغرق ذهابا وايابا ١٢٠ دقيقة . ولكنها استغرقت فى هذا اليوم ١١٠ دقيقة حيث انهما وصلا قبل الميعاد بعشرة دقائق فنصف الرحلة استغرقت ٥٥ دقيقة والقاضى غادر المحطة فى الساعة ٤ لابد وأنه سار زمنا يعادل الزمن الذى استغرقته الزوجة بسيارتها وهى فى طريقها نحو المحطة .

(٥٣) الاسمـــاء

فى هذه القصة اربعة حقائق نستنتج منها : ان محمود ليس سمسارا وحيث انه ليس محاميا النائب على وفاق مع اثنين من الثلاثة الاخرين بينما كان محمود على خلاف مع اثنين منهما ولذلك فان محمود لا يمكن أن يكون نائبا اذن فهو طبيب .

والسمسار ليس عليا ولا محمودا ولا يمكن ان يكون حسنا حيث ان هذا الشخص كان صديقا حميما للطبيب اذن لابد ان يكون حامدا .

ولم يكن العلاقات بين على ومحمود على ما يرام وعليا لم يكن نائبا .

اذن لابد ان يكون حسن نائبا وعلى محامى .

(٥٤) الرمـــــل

الاثقل كوب الرمل الجاف لان حبه الرمل أثقل من مثل حجمها ماء فاذا بللت الرمل دخل الماء بين حبات الرمل تباعدت ما بينها فدخل الكوب عدد من حبات الرمل أقل وامتلأ سائر الفراغ بالماء وهو اخف والحاصل ان رملا وحده أثـــقل من رمل وماء ٠

(٥٥) الصواريـــــخ

الجواب ٤٠٠ ميلا في الدقيقة لان اى شئ لا يستطيع ان يتخلص من جذب الارض له الا اذا هو بلغ سرعة رأسية مقدارها ٧ أميال فى الثانية وتساوى ٤٢٠ ميلا فى الدقيقـــة ٠

(٥٦) ماسورة المـــاء

الجـــواب الوســع

لان ما صبته الماسورة من الماء يتناسب مع مربع القطر

(٥٧) اختيار سكرتـــيره

الجواب بدون تردد ـ الشقراء ٠

(٥٨) الخيـــــط

عندما اعطته والدته ½ الخيط بقى ½ وعندما اخذ اخوه بقى $\frac{١}{٤}$ ثم بقـــى $\frac{١}{٨}$ وعد اخته $\frac{١}{٨} \times \frac{٣}{٥} = \frac{٣}{٤٠}$

وعندئـــذ ٣٠ سم $= \frac{٣}{٤٠}$

اذن $\frac{٣٠}{٣} \times ٤٠ = ٤٠٠$ سم $=$ ٤ متر

(٥٩) الجوارب والجوانتيات

يكفى أخذ ثلاث جوارب فحتما اثنين منهم بلون واحد ٠

اما الجوانتيات فيختلف الامر لان نصفهم لليد اليمنى والاخر لليسرى علاوة علـــى الاختلاف فى اللون ـ ولذلك يجب اخذ ٢١ جوانتى فاذا اخذت أقل مثلا ٢٠ فيمكن ان يكونوا جميعهم لليد اليسرى ١٠ بنى وعشرة سود ٠

(٦٠) الاجـــــر

تعلم اننا اضفنــا ٢٠٠ قرشا للساعات الاضافية للحصول على الاجر الاصلي ولكن ٢٥٠ + ٢٠٠ = ٤٥٠ هو ضعف الاجر الاصلـــــى

هذا يعني ان ضعف الاجر الاصلي = ٤٥٠

اذن الاجر الاصلي = ٢٢٥

والساعات الاضافية = ٢٥

للتحقيق ٢٢٥ ـ ٢٥ = ٢٠٠ وهذا ما جاء في المسألـة .

(٦١) التحليــــــق

بدون حسابات ولاون وهلة السرعة تساوي المتوسط بين ١٠ كم/ساعـــة و ١٥ كم/ساعة اي ١٢٫٥ كم /ساعة وليس من الصعب ان نخمن أن الجواب خطأ .

نفرض ان مسافة التحليق هي أ كيلومتر

فان كانت سرعتها ١٥ كم/ساعة فعدد الساعات هو $\frac{أ}{١٥}$ ساعة لقطع المسافة

واذا " " ١٠ كم/ساعة " " " $\frac{أ}{١٠}$ " "

وفي حالة ١٢٫٥ كم/ساعة " " " $\frac{أ}{١٢٫٥}$ " " $\frac{٢أ}{٢٥}$

وحيث انهم جميعا مساويين لساعة واحدة

$$\text{اذن}\quad \frac{٢أ}{٢٥} - \frac{أ}{١٥} = \frac{أ}{١٠} - \frac{٢أ}{٢٥}$$

ولان ذلـــك يساوي ساعة واحدة

اي أ = ١

اذن حسابيــــا

$$\frac{٢}{٢٥} - \frac{١}{١٥} = \frac{١}{١٠} - \frac{٢}{٢٥}$$

$$\frac{٤}{٢٥} = \frac{١}{١٥} + \frac{١}{١٠}$$

هذه المعادلة خطأ لان

$$\frac{١}{١٥} + \frac{١}{١٠} = \frac{١}{٦}$$

أي ان $\frac{٤}{٢٤}$ لاتساوي $\frac{٤}{٢٥}$

وهذا يعني أن هذه المسألة تحل شفويا .

(٦٢) العاملـــين

تحل بعدة طرق

أ – فى ٥ دقائق يقطع الشاب $\frac{١}{٤}$ الطريق ويقطع العجوز $\frac{١}{٦}$ الطريق

أى أن $\frac{١}{٤} - \frac{١}{٦} = \frac{١}{١٢}$ أقل من الشاب ٠

بما أن الرجل العجوز كان فى $\frac{١}{٦}$ الطريق قبل الشاب

الذى لحق به بعد $\frac{١}{٦} \div \frac{١}{١٢} = ٢$ × خمس دقائـــق

أى ١٠ دقائق ٠

ب – الرجل العجوز تحتاج الى ١٠ دقائق اكثر من الرجل الصغــير

فاذا غادر المنزل قبل الشاب بعشرة دقائق فانهما يصــلان

الى المصنع فى نفس الوقت واذا غادر المنزل قبله بخمســة

دقائق فالشاب يلحقه فى منتصف المسافة أى عشرة دقائــق

متأخــر ٠

(٦٣) الكتابة على الآلة الكاتبة

حيث أن الفتاة الشاطرة يمكن أن تعمل $١ \frac{١}{٢}$ مثل زميلتها فواضح

أن نصيبها $١ \frac{١}{٢}$ اكبر وعليه فالفتاه الشاطرة عليها $\frac{٣}{٥}$ العمــل

والثانية $\frac{٢}{٥}$ ٠

وحيث أن الاولى تستطيع أن تنهى العمل فى ساعتين

اذن يمكنها أن تنهى نصيبها فى $٢ \times \frac{٣}{٥} = ١ \frac{١}{٥}$ ساعة

والثانية تنتهى عملها فى نفس الوقت ٠

وهو يساوى ساعة و ١٢ دقيقــــة ٠

٦٤ ـ العجــل المسنن

العجلــة الصغيرة تلف ٤ مرات

٦٥ ـ كــــم عمــــــره

نفرض أن عمره = س

العمر بعد ٣ سنوات = س + ٣

« قبل ٣ « = س ـ ٣

اذن ٣ (س + ٣) ـ ٣ (س ـ ٣) = س

لحــل هذه المعادلة :

س = ١٨

٦٦ ـ كــم عمر مرة أخرى مثل السابقــة

٣ (س ـ ١٨) = ٢ س ـ ١٨

اذن س = ٣٦

والاب = ٧٢

٦٧ ـ الشــــــراء

نفرض ان معى س جنيهات ص قروش

عندما توجهت للشراء كان معــه

(١٠٠ س + ٢٠ ص) قروش

رجع ومعه فقـــط

(١٠٠ س + ٢٠ س) قروش

المبلغ الاخير = $\frac{١}{٣}$ المبلغ الاصلى

اذن ٣ (١٠٠ ص + ٢٠ س) = ١٠٠ س + ٢٠ ص

اذن س = ٧ ص

اذا كانت ص = ١

س = ٧

بفرض ان هذا صحيح

نكون معى ٧٢٠ قرش وهذا خطأ

حيث أنه كان معى ١٥ جنيها

فاذا فرض ان ص = ٢

س = ١٤

اذن المجموع = ١٤٫٤٠ قرش وهذا أقرب للحقيقة

بفرض أن ص = ٣

س = ٢١

وهذا اكبر بكثير

الجواب المناسب هو ١٤٫٤٠ قرش

وعد الشراء

كان معى نصف الجنيه ورق ٥ ١٤ قرش عملة

بمعنى ٢٠٠ + ٢٨٠ = ٤٨٠ قرش

وهذا يمثل $\frac{1}{3}$ المبلغ الاصلى

$\frac{١٤٫٤٠}{٣}$ = ٤٨٠ قرش

اذن المبلغ الذى فى الحافظة

= ١٤٫٤٠ ــ ٤٫٨٠ = ٩٫٦٠ جنيه

(٦٨) السلسلة ذات ٢٨ قطعة

اولا ــ اعزل الاعداد المضاعفة مثل ٠ــ٠ ، ١ــ١ ، ٢ــ٢ ،٣ــ٣ ،٤ــ٤ ، ٥ ــ ٥ ، ٦ ــ ٦

واتركهم جانبا موقتا .

ثانيا ــ ماتبقى وعدد ٢١ قطعةدومينو وفيهم كل رقم مكتوب ٦ مرات يمكن ربط هذه القطع من بعضها . بعدها يمكن وضع الاعداد المضاعفة بين طرفى القطع ذات الاعداد المتساوية فى عدد النقط .

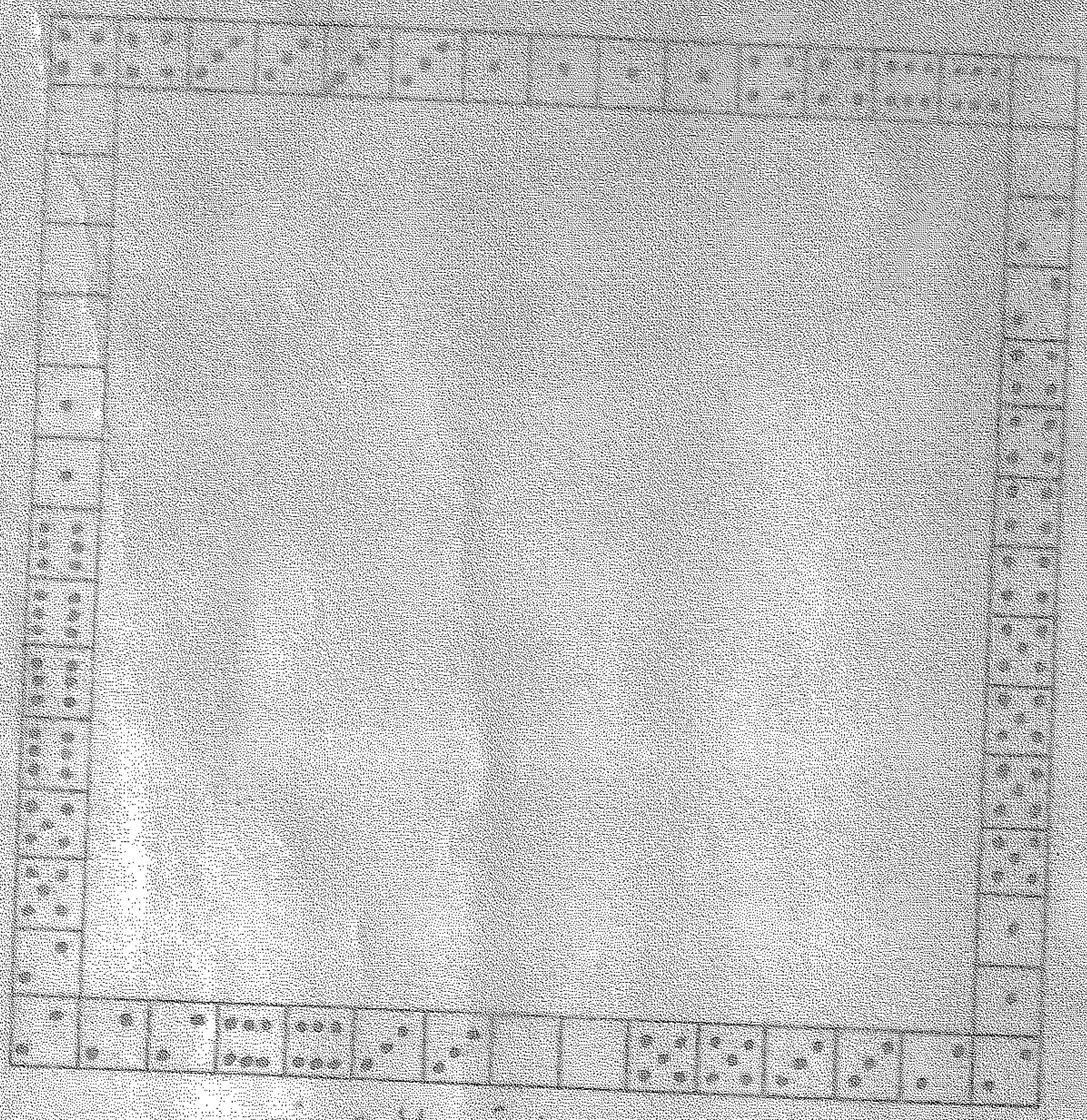
(٦٩) طرفى السلسلة

فى قطع الدمينو التى عدد ٢٨ قطعة دائما طرفى السلسلة لهما نفس عدد النقط أى ان عدد نقط البداية هو عدد نقط النهاية .

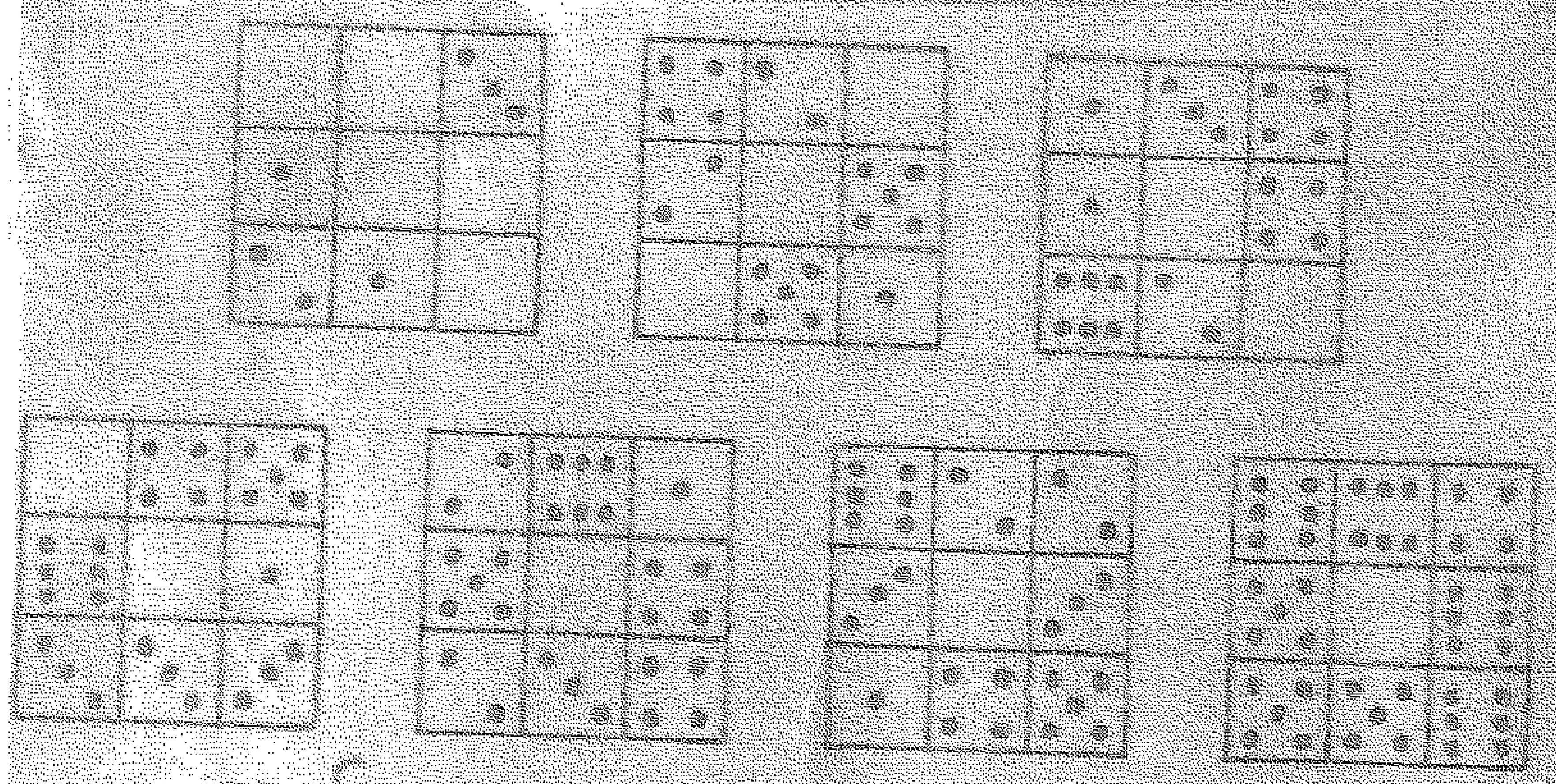
وعدد الطرق تساوى ٧٫٩٥٩٫٢٢٩٫٩٣١٫٥٢٠ طريقة .

(٧٠) لغز الدمينو

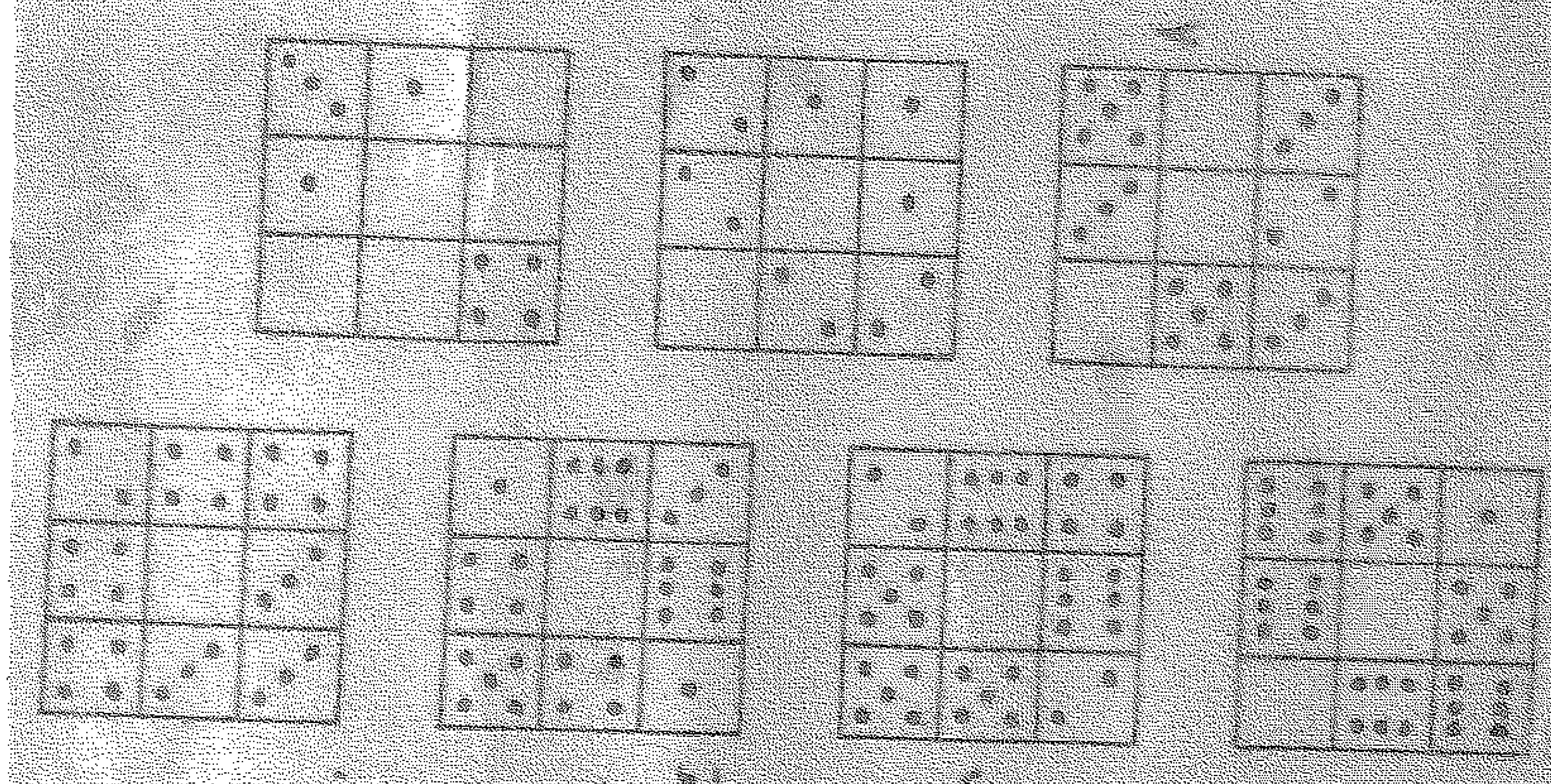
نحن نعلم ان الـ ٢٨ قطعة دمينو يمكن ترتيبها على شكل حلقة متصلة فاذا أخذنا قطعة منها اصبحت الحلقة غير متصلة ورقمى الطرفين هما الرقمين الموجودين على القطعة التى أخذناها .



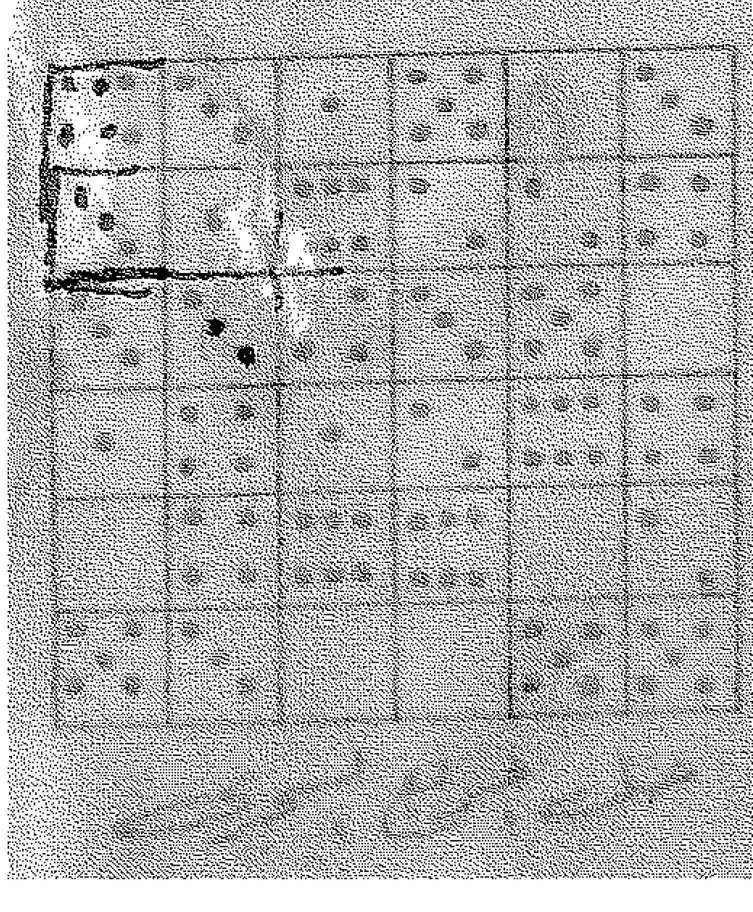
حل سلسلة الدومينو



حل السبع مربعات



مربعات الدومينو



(٧١) البـــــــرواز

شكل ١٥

(٧٢) سبع مربعات

شكل ١٦

(٧٣) المربعات السحرية

شكل ١٧

(٧٤) التدرج فى الدومينو

توجد على سبيل المثال طريقتين بالاختلاف فى ٢

الاولى : ٠ـ٠ ، ٠ـ٢ ، ٠ـ٤ ، ٠ـ٦ ، ٤ـ٤ أو (٣ ـ ٥)
(٥ ـ ٥) ، (٤ ـ ٦) .

الثانية : ٠ـ١ ، ٠ـ٢ ، أو (٢ ـ ١) ، ٠ـ٥ أو (٢ ـ ٣)
، ١ـ٦ أو (٢ ـ ٤) ، ٣ ـ ٦ أو (٥ ـ ٤) ، ٥ ـ ٦

يوجد ٢٢ ستة قطع من الدمينو هما

أ ـ باختلاف " ١ "

٠ ـ ٠   ١ ـ ١   ٢ ـ ١   ٢ ـ ٢   ٣ ـ ٢
٠ ـ ١   ٠ ـ ٢   ٠ ـ ٣   ١ ـ ٣   ٤ ـ ٢
١ ـ ٠   ٢ ـ ٠   ٤ ـ ٠   ٤ ـ ١   ٥ ـ ٣
٢ ـ ٠   ٢ ـ ١   ٣ ـ ١   ٣ ـ ٢   ٤ ـ ٣

ب ـ باختلاف " ٢ "

٠ ـ ٠   ٠ ـ ٢   ١ ـ ٠

(٧٥) الخمسة عشر مكعبا

(٧٦) المسألة الاولى تحل بالتحريك ٤٤ مرة :

١٤ و ١١ و ١٢ و ٨ و ٦ و ١٠ و ١٢ و ٨ و ٧
٤ و ٣ و ٦ و ٤ و ٧ و ١٤ و ١١ و ١٥ و ١٣ و ٩
١٢ و ٨ و ٤ و ١٠ و ٨ و ٤ و ١٤ و ١١ و ١٥ و ١٣
٩ و ١٢ و ٤ و ٨ و ٥ و ٤ و ٨ و ٩ و ١٣ و ١٤

(٧٧) المسألة الثانية

تحل بالتحريك ٣٩ مرة

١٤ و٥ او ٠ او٦ و٧ و١ او٥ او ٠ او ١٠ و ١٣ و ٩

٥ و ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٨ و ١٢ و ١٥ و ١٠ و ١٣

٩ و ٥ و ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٨ و ١٢ و ١٥ و ١٤

١٣ و ٩ و ٥ و ١ و ٢ و ٣ و ٤ و ٨ و ١٢

(٧٨) المسألة الثالثة

تحرك الاتى

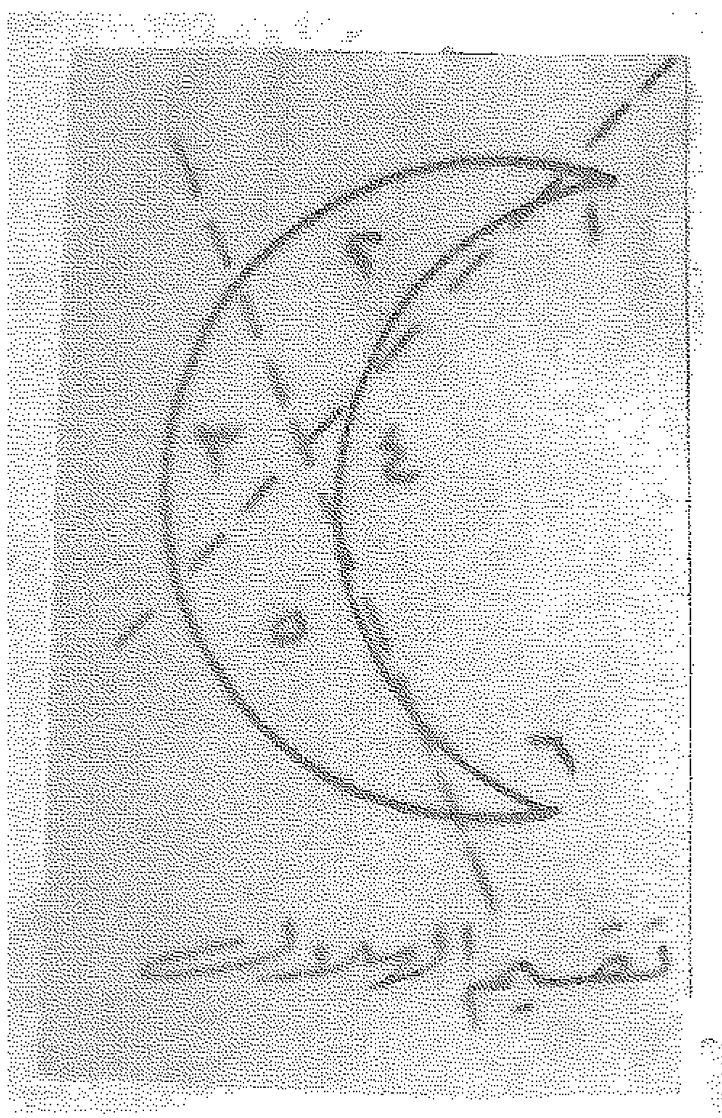
١٢ و ٨ و ٤ و ٣ و ٢ و ٦ و ١٠ و ٩ و ١٣ و ١٥

١٤ و ١٢ و ٨ و ٤ و ٧ و ١٠ و ٩ و ١٤ و ١٢ و ٨

٤ و ٧ و ١١ و ٩ و ٦ و ٢ و ٣ و ١٠ و ٦

٥ و ١ و ٢ و ٣ و ٦ و ٥ و ٣ و ٢ و ١ و ١٣

١٤ و ٣ و ٢ و ١ و ١٣ و ١٤ و ٣ و ١٢ و ١٥ و ٣



(٧٩) اطراف القلم

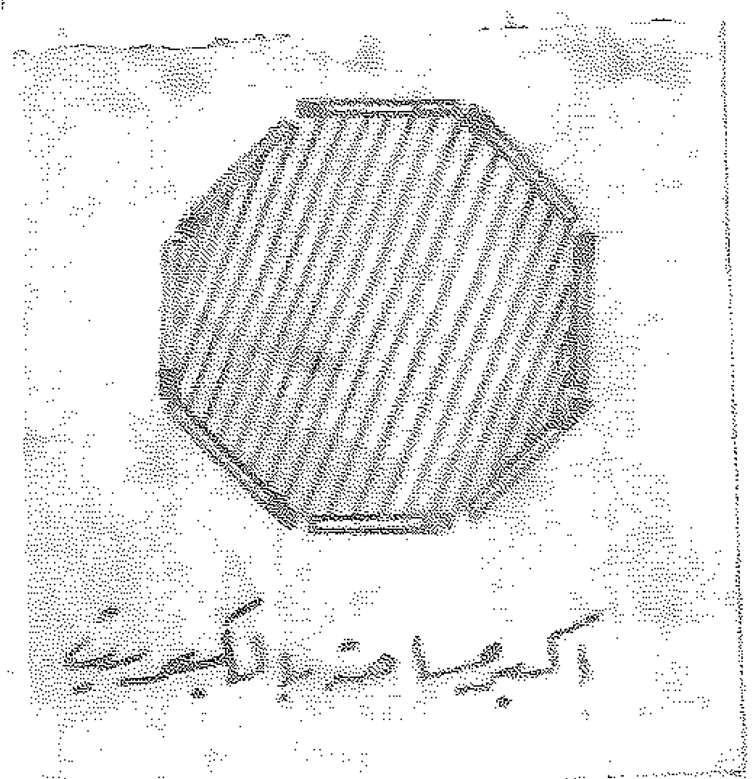
طرفين القلم اذا كان مبرى من الطرفين

(٨٠) تقسيم الهلال

كما فى الرسم

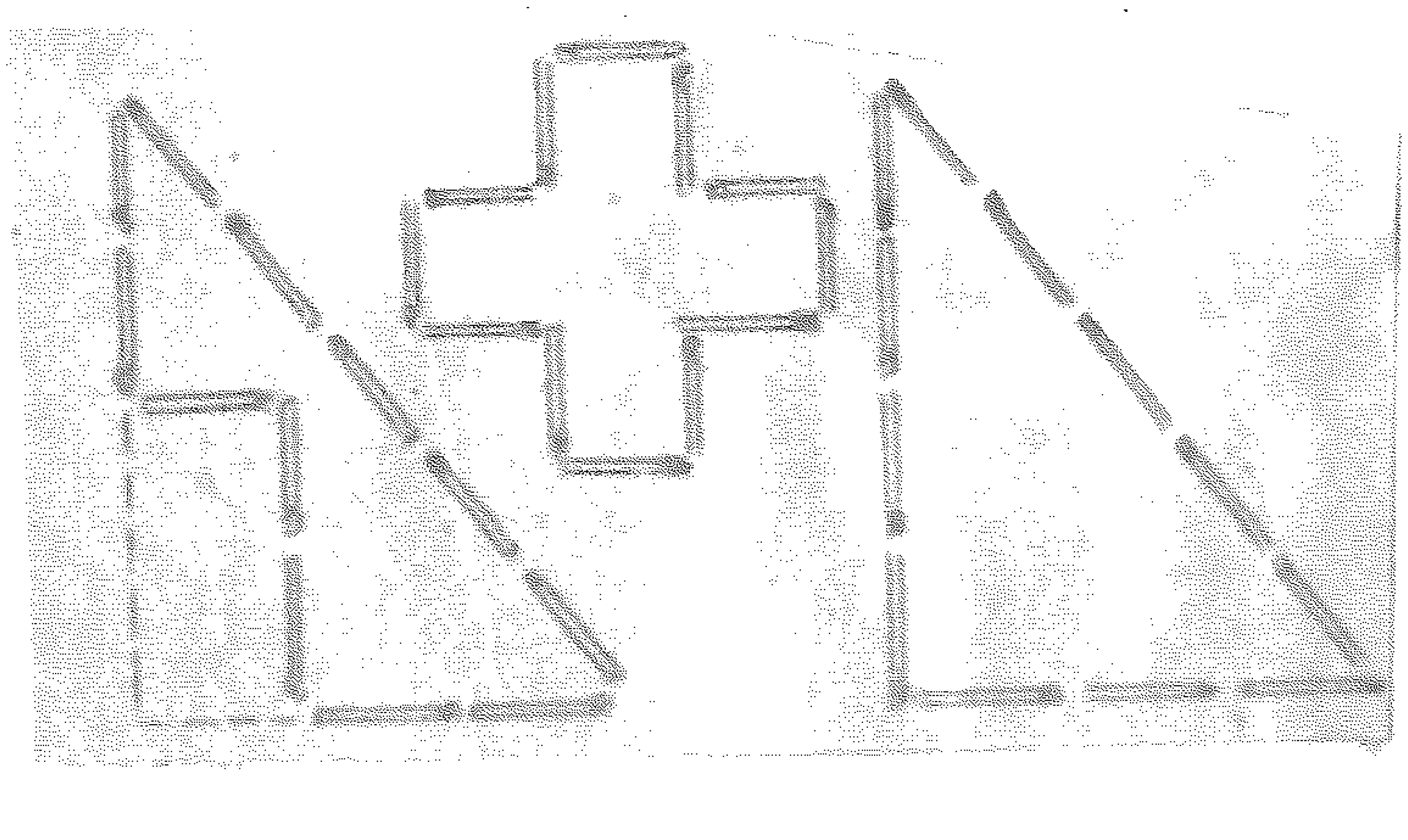
(٨١) لغز التبريت

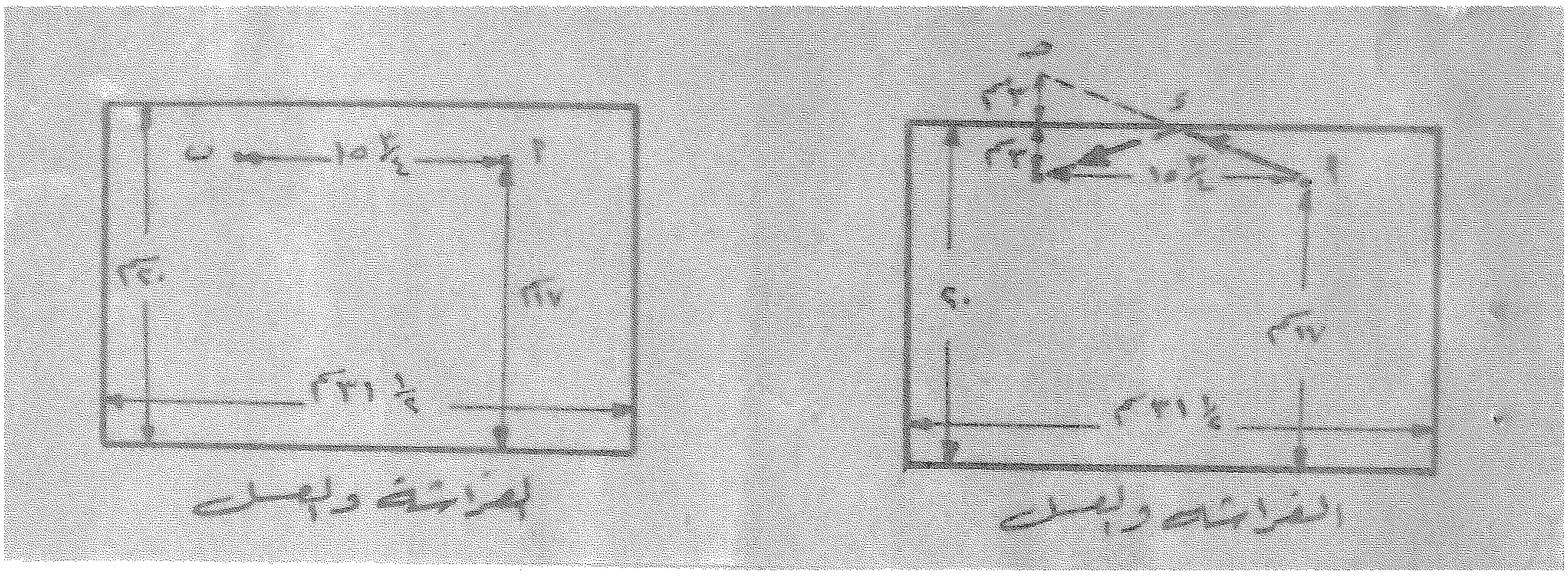
كما فى الرسم

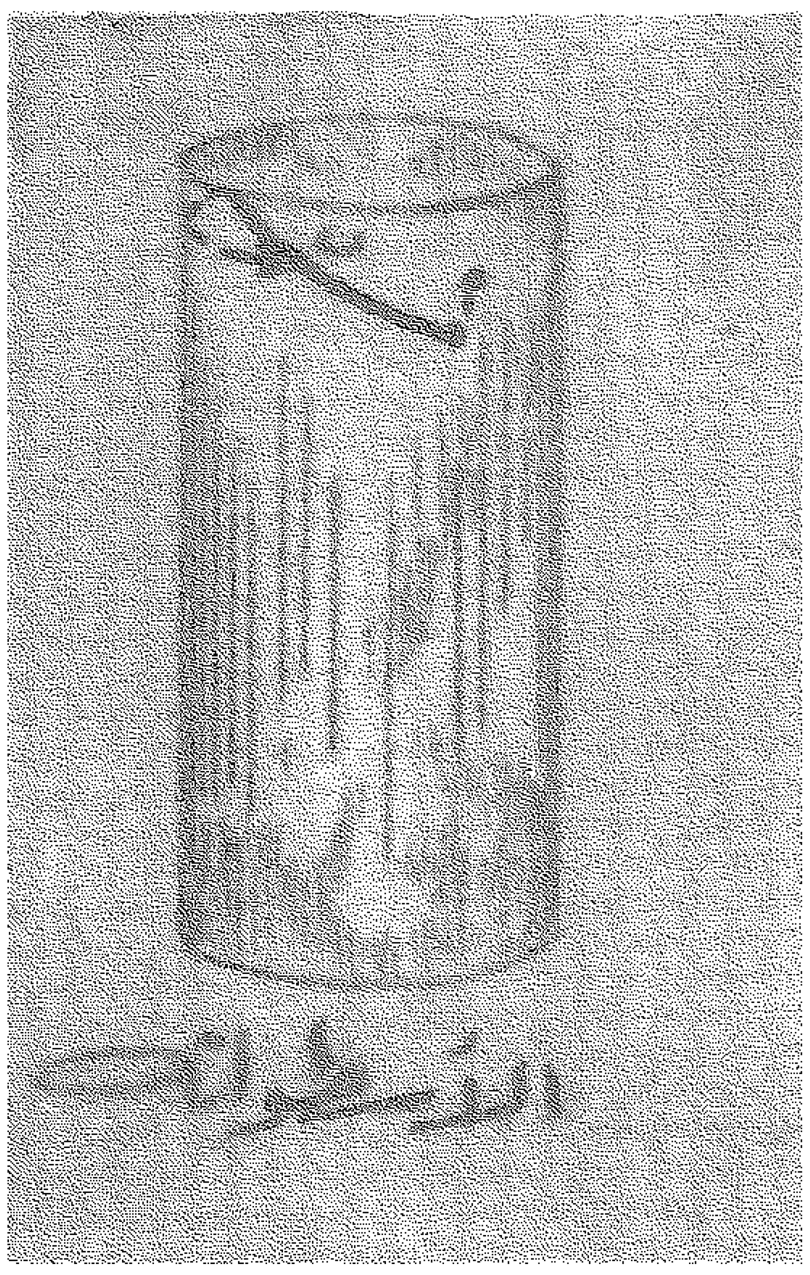


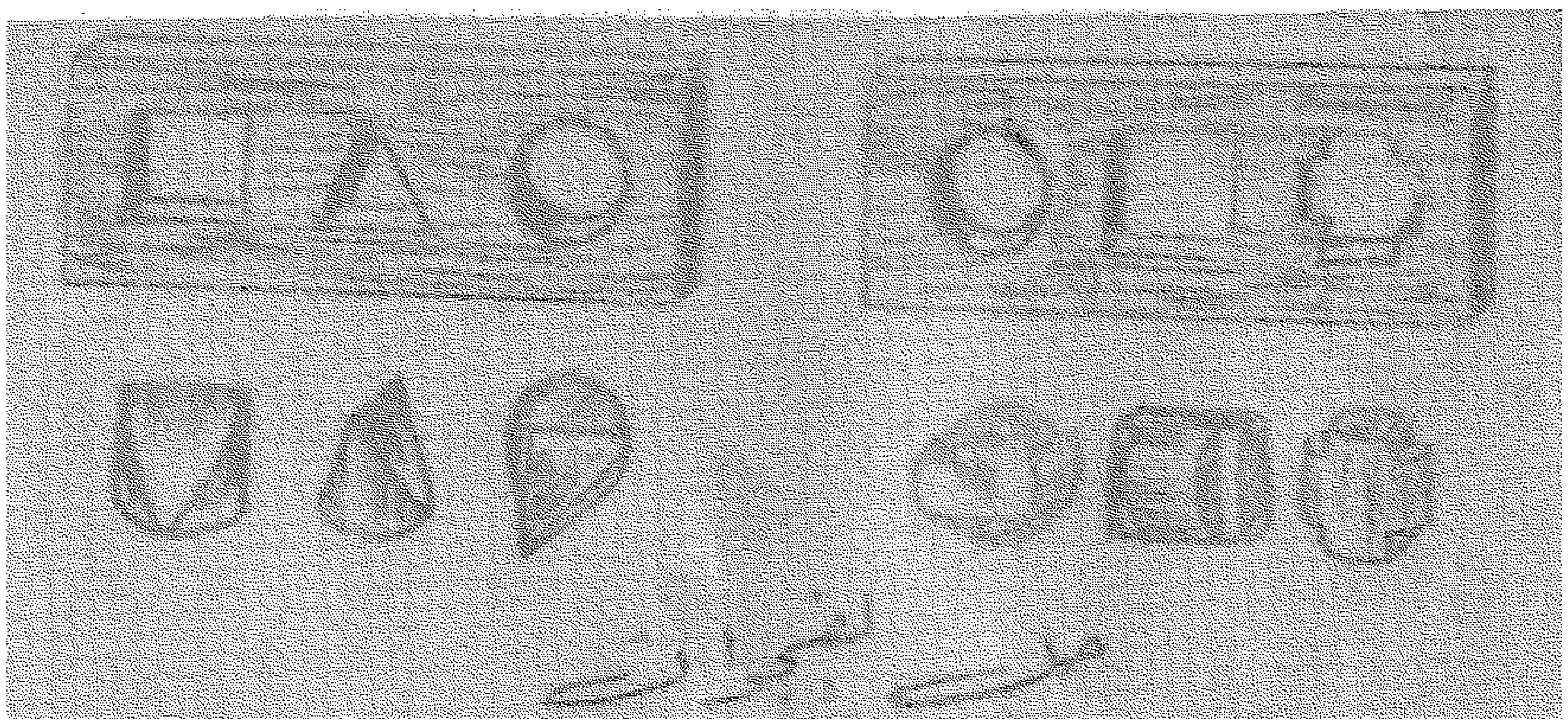
(٨٢) ايضا الكبريت

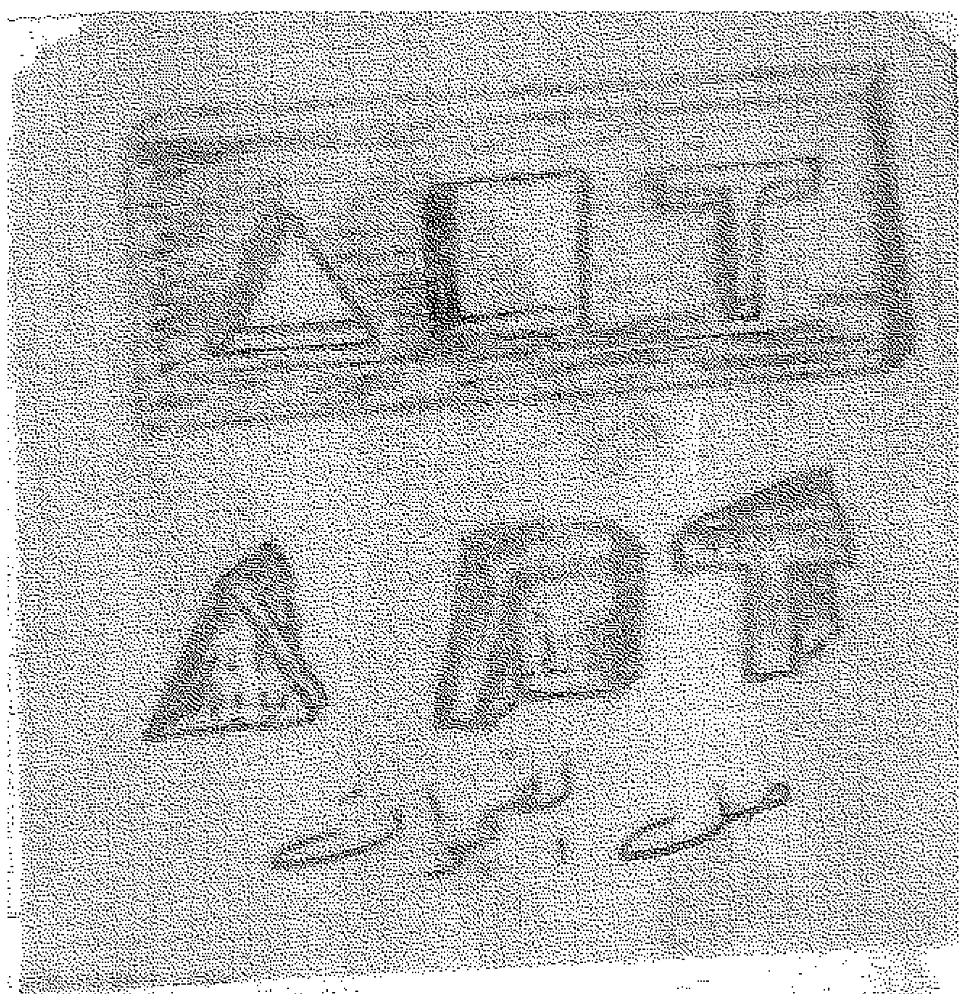
كما فى الرسم

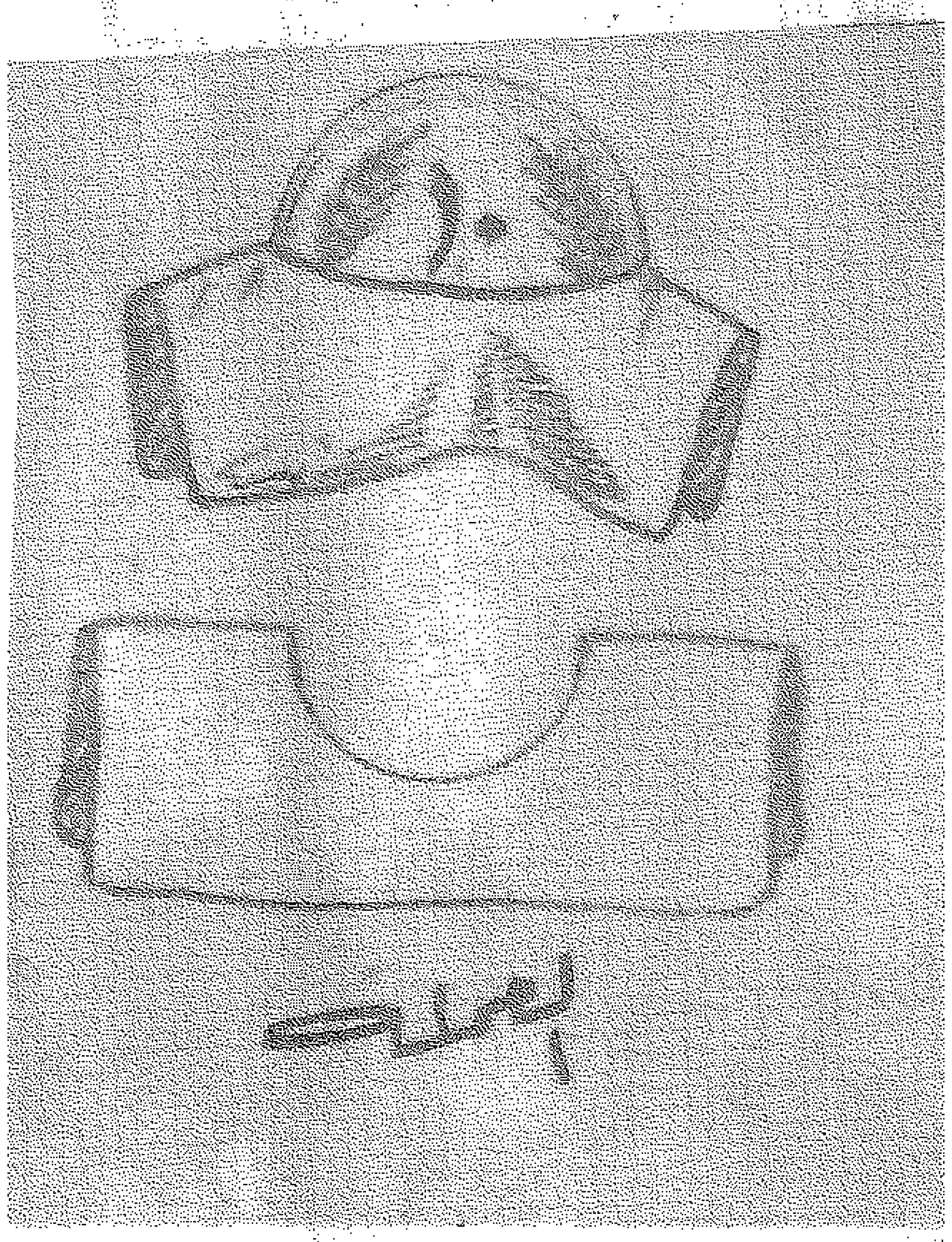


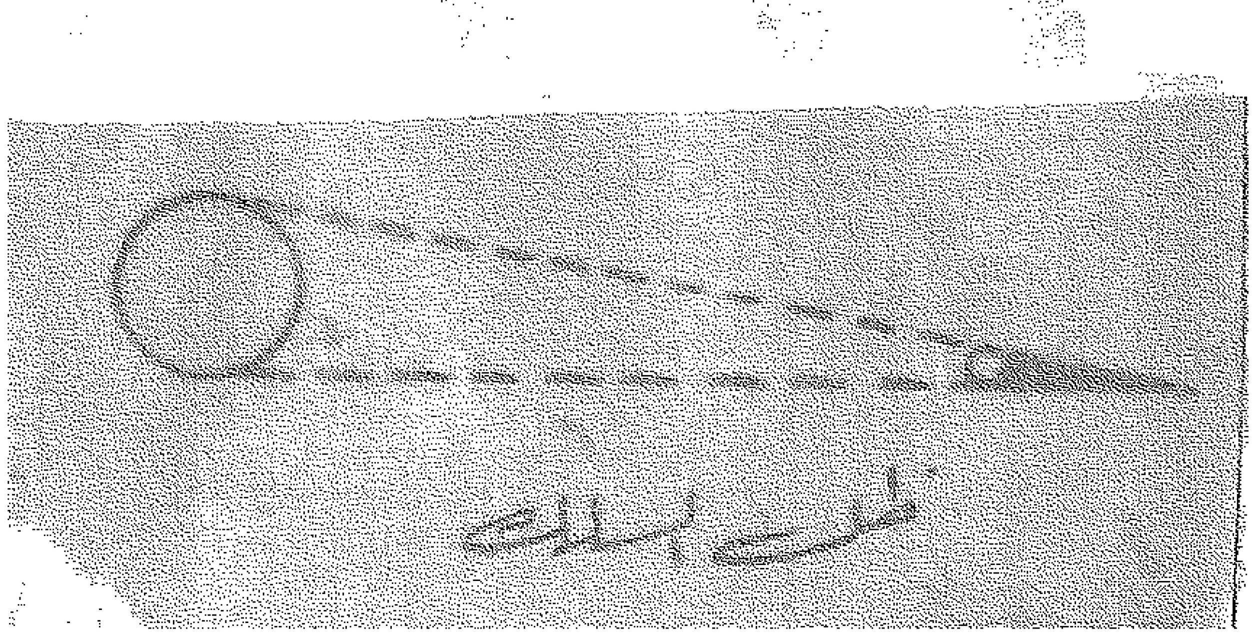

الفراشة والنمل
الفراشة والنمل


الأسطوانة









(٨٣) اقصر طريق للفراشة الى العسل

اذا فتحنا الاسطوانة وفردناها نحصل على مستطيل ٢٠ سم فى العرض والطول يساوى طول المحيط = ١٠ × $\frac{٢٢}{٧}$ = ٣١٫٥ سم تقريبا والان سنحدد على هذا المستطيل موقع الفراشة ونقطة العسل ٠

فاذا كانت الفراشة عند النقطة أ على ١٧ سم من القاعدة بينما نقطة العسل عند النقطة ب على نفس البعد من القاعدة بينما تبعد عن الفراشة بمسافة نصف المحيط = $\frac{١}{٤}$ ١٥ سم ٠

لايجاد النقطة التى ستقفز عندها الفراشة داخل الاسطوانة نتبع الاتى :-
من نقطة ب نرسم العمود على ب أ الى القاعدة العليا ونمده الى اعلى لمثل طوله حتى نقطة جـ التى سنصلها مع أ بخط مستقيم فيتحدد نقطة د وهى تقاطع جـ أ مع القاعدة العليا للاسطوانة ٠

اذن الخط أ د ب هو اقصر طريق ~~على xxxxxx~~ ان عرفنا ان تلك على المستطيل منطويه على هيئة اسطوانة لامكان معرفة هذا الطريق داخل الاسطوانة ٠

(٨٤) الفجوات الثلاث

فى الرسم

(٨٥) العملة

فى الرسم

(٨٦) ارتفاع البرج

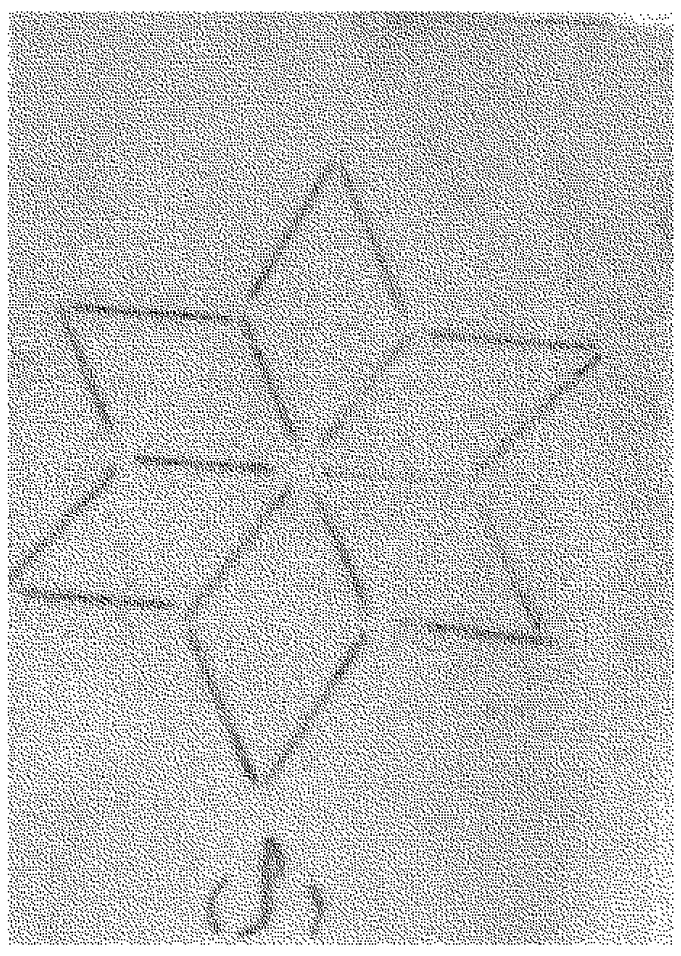
لايجاد الارتفاع الحقيقى للبرج - أو من الضرورى تصحيح مقاسات الارتفاع والقاعدة فى الصورة ٠ فاذا فرضنا أنهما ٩٥ ، ١٩ سم على التوالى بعدها نقيس القاعدة الفعلية لهذا البرج فاذا وجد ١٤ متر فى العرض من الوجهة الهندسية فالصورة والبرج متناسبان ٠

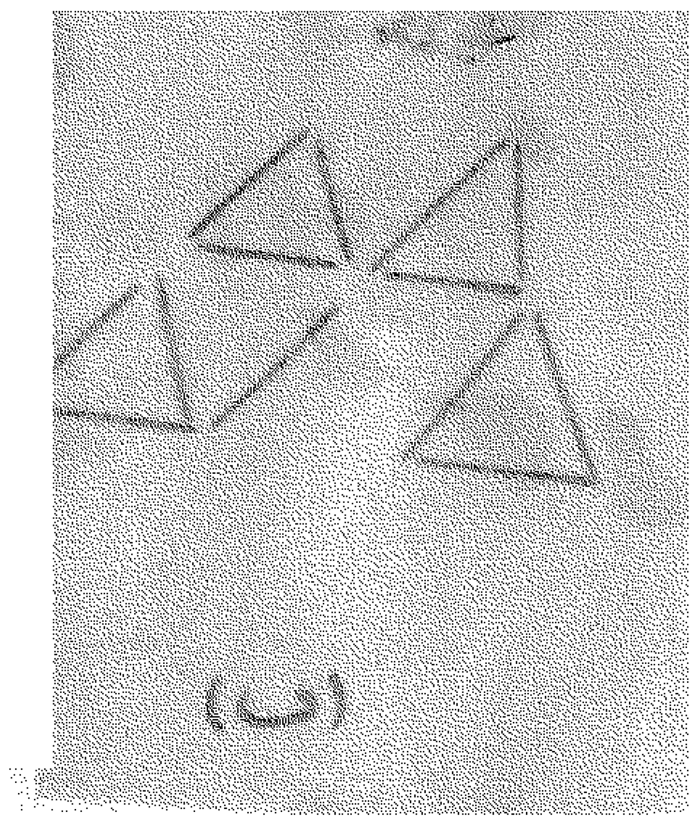
فالنسبة بين الارتفاع والقاعدة للبرج فى الصورة يساوى النسبة بين الارتفاع والقاعدة للبرج الحقيقى ٠

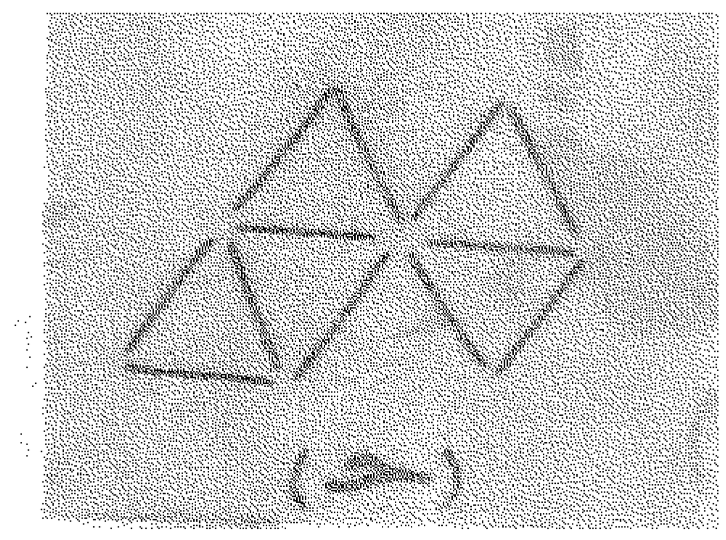
ففى حالة الصورة = $\frac{٩٥}{١٩}$ اى = ٥

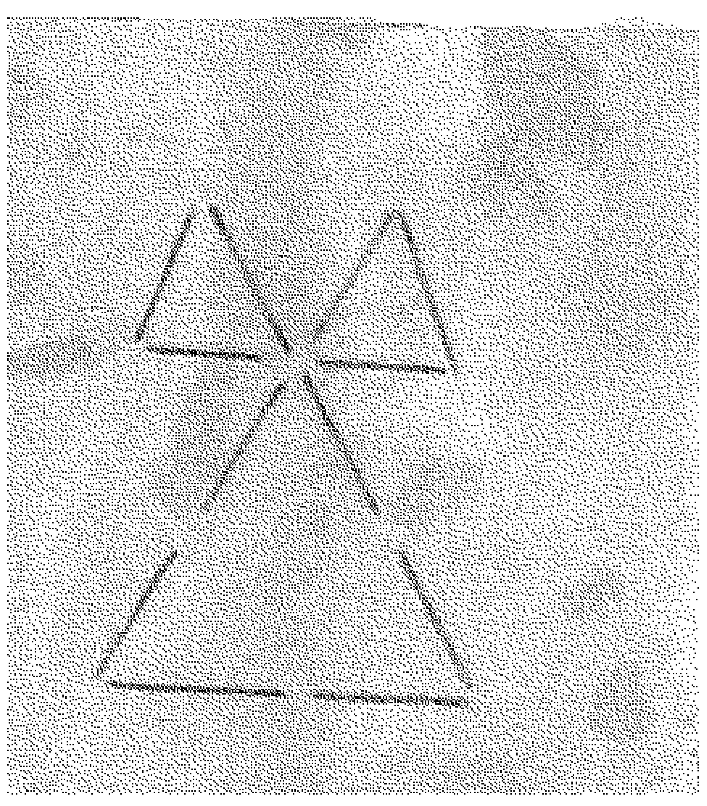
اذن ارتفاع البرج يساوى خمسة مرات اكبر من القاعدة

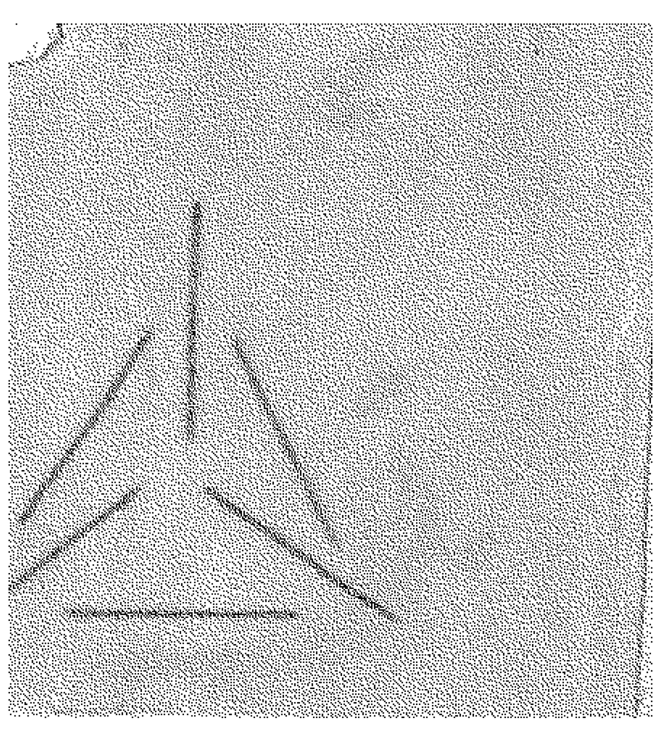
فالارتفاع الحقيقى = ١٤ × ٥ = ٧٠ متر


(أ)


(ب)


(ج)





(٨٧) الاشكال المتشابهــة

لتكون المثلثات متشابهة يكفي ان تكون زواياها بالتناظر متساوية وايضا اضلاع المثلث الداخلي توازي اضلاع المثلث الخارجي وعليه فالمثلثان متشابهـــان ولتشابه المضلعات لايكفي ان تكون الزوايا متساوية واضلاعها متوازية بل يجــب ايضا ان تكون اضلاعها متناسبة وعليه فان اضلاع برواز الصورة ليس متشابهان .

(٨٨) ظل السلــــك

يمكن معرفة الطول الحقيقي للظل الذى يحدث لسلك يمكن الحصول عليه هندسيا كما هو موضح بالرسم فانه يلاحظ ان الظل اكبر بكثير من قطر السلك مثلما تكـبر المسافة بين الارض والشمس (١٥٠ ٠٠٠ ٠٠٠ كجم) اكبر مــن قطر الشمــس الذى يساوى ٠٠٠ ٤٠٠ ١ كم ويساوى ١١٥ مرة .

فالظل الحقيقي = ٤ × ١١٥ = ٤٦٠ مم = ٤٦ سم

(٨٩) الطــــوب

القالب الصغير أقل اربع مرات في الطول وفي العرض وفي الارتفاع وعليه فهو فـي الوزن وفي الحجم اقل بمقدار ٤ × ٤ × ٤ = ٦٤ مرة

والجواب الصحيح = $\frac{٤٠٠٠}{٦٤}$ = ٦٢٫٥ جرام

(٩٠) العملاق والقــــزم

شبيهــة بقالب الطوب

فالرجل العملاق ٨ مرات اكبر من القزم

(٩١) البطيختـــين

البطيخة الكبيرة يزن بمقدار $١\frac{١}{٤} \times ١\frac{١}{٤} \times ١\frac{١}{٤} = \frac{١٢٥}{٦٤}$ مرتـين

ولذلك نص الافضل شراء الكبرى لانها تساوى ١½ مرة فى الثمن وتكبر عنهـا مرتين .

(٩٢) البطيختـين ايضــا

النسبة بين البطيختين بمراعاة القطر = $\frac{٦٠}{٥٠} = \frac{٦}{٥}$

والنسبة بالحجم = $(\frac{٦}{٥})^٣ = \frac{٢١٦}{١٢٥} = ١٫٧٣$

ومن الافضل شراء الكـبرى .